

FEA/USP - Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da USP

Disciplina EAD-651 – Modelos de Redes

Introdução aos

# MODELOS DE REDES

Prof. Antonio Geraldo da Rocha Vidal

Julho/2003

## SUMÁRIO

Pesquisa Operacional.....	4
O Modelo de Redes.....	4
Problemas de Transportes .....	5
Extensão Mínima .....	5
Percurso Mínimo.....	5
Fluxo Máximo .....	6
Percurso com Fluxo Positivo.....	6
Exemplos .....	7
Exemplo 1 .....	7
Exemplo 2.....	7
Exemplo 3.....	8
Exemplo 4.....	9
Exemplo 5.....	9
Modelo de Redes Aplicado a Projetos .....	14
Planejamento de Projetos .....	14
Objetivos.....	14
Atividades.....	16
Diagramas de Redes PERT/CPM .....	18
Histórico .....	18
Conceitos Básicos .....	19
Redes Orientadas a Eventos .....	20
Introdução.....	20
Atividades Fictícias de Identidade .....	21
Atividades Fictícias Lógicas.....	22
Atividades Fictícias de Trânsito de Tempo .....	22
Análise das Redes Orientadas a Eventos.....	23
Folga Livre.....	27
Folga Independente .....	28
Cálculo das Folgas .....	29
Redes Orientadas a Atividades .....	30
Análise de Redes Orientadas a Atividades.....	30
Cálculo da Data Mais Ceddo de Início da Atividade (CI) .....	30

---

Cálculo da Data Mais Tarde de Início (TI).....	31
Cálculo das Folgas .....	32
Exemplos .....	33
Exemplo 1 .....	33
Exemplo 2.....	33
Exemplo 3.....	34
Exemplo 4.....	34
Exemplo 5.....	35
Exemplo 6.....	35
Exemplo 7.....	36
Planejamento de Projetos .....	37
Introdução.....	37
O Gráfico de Gantt.....	37
Análise de Redes.....	38
Introdução.....	38
Análise das Atividades .....	38
Redução do Tempo por Sobreposição de Atividades .....	39
Redução e Tempo por Aumento de Risco do Projeto.....	40
Colapso das Atividades Críticas ( <i>crashing</i> ) .....	40
Redes PERT .....	44
Introdução.....	44
Gestão de Recursos do Projeto .....	47
Introdução.....	47
Conceitos Básicos para Planejamento de Recursos .....	47
Tipos de Recursos .....	47
Medida de Utilização de Recursos.....	47
Divisão ou <i>Splitting</i> de Recursos .....	47
Carregamento de Recursos .....	48
Procedimentos para Alocação de Recursos.....	49
Alocação Serial .....	49
Alocação Paralela.....	51
Bibliografia.....	52

## Pesquisa Operacional

A Pesquisa Operacional é uma área de estudo que diz respeito à alocação eficiente de recursos escassos; é tanto uma arte como uma ciência. A arte reside na habilidade de exprimir os conceitos de *eficiente*, *escasso*, *mínimo*, *máximo*, *crítico* e *ótimo*, por meio de modelos matemáticos bem definidos para uma determinada situação; a ciência consiste na dedução de métodos matemáticos e computacionais para solucionar tais modelos.

## O Modelo de Redes

Uma rede é um conjunto de pontos, chamados **nós** e um conjunto de curvas, chamadas **ramos** (ou arcos, ou ligações) que conectam um certo número de pares de nós. Consideraremos apenas as redes nas quais um dado par de nós é interligado ao menos por um ramo. Designam-se os nós por letras maiúsculas e os ramos pelos nós que eles conectam.

A figura 1 é uma rede constituída de cinco nós, batizados de A a E e seis ramos definidos pelas curvas AB, AC, AD, BC, CD e DE.

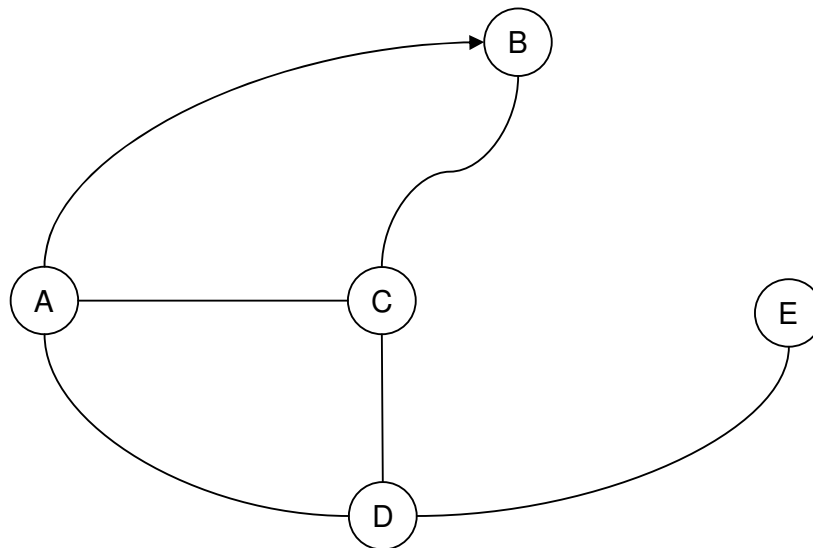


Figura 1

Um ramo é **orientado** se possui um sentido associado a ele. Os sentidos são, esquematicamente, representados por setas. A seta no ramo AB da figura 1 significa que este ramo é dirigido de A para B. Qualquer movimento ao longo deste ramo deve-se originar em A e terminar em B. O movimento de B para A não é permitido.

Dois ramos são conexos se possuírem um nó comum. Na figura 1 os ramos AB e AC são conexos, mas os ramos AB e CD são não-conexos. Um **percurso** é uma seqüência de ramos conexos tal que na alternância de nós e ramos nenhum nó é repetido. Uma rede é conexa se para todo par de nós da rede existir pelo menos um percurso interligando o par. Se o percurso é único para cada par de nós, a rede conexa é chamada de árvore. De forma equivalente, uma árvore é uma rede conexa que possui um nó a mais que os ramos.

Na figura 1 ED-DA-AB é um percurso, mas a seqüência de ramos conexos CA-AD-DC-CB não é um percurso pois o nó C ocorre duas vezes. A rede é conexa e permanece conexa mesmo se os ramos DA e AB forem retirados. Se, entretanto, fosse retirado o ramo DE, a rede seria não conexa, uma vez que não existiria um percurso unindo D a E. Além disso, como os nós D e C são interligados por três percursos distintos, a rede não é uma árvore.

## Problemas de Transportes

### Extensão Mínima

Um problema de extensão mínima envolve um conjunto de nós e um conjunto de ramos propostos, nenhum deles orientado. Cada ramo proposto possui um custo não negativo associado. O objetivo é construir uma rede conexa contendo todos os nós de tal forma que a soma dos custos associados aos ramos realmente utilizados seja mínima. Supõe-se a existência de uma quantidade de ramos suficiente para assegurar a existência de uma solução.

O problema de extensão mínima é sempre resolvido por meio de uma árvore. Se dois nós de uma rede conexa forem interligados por meio de dois percursos, um destes percursos deverá conter um ramo cuja remoção não desconecta a rede. A remoção de tal ramo só pode reduzir o custo total. Uma árvore de extensão mínima pode ser obtida selecionando-se inicialmente qualquer nó e determinando-se que ramo incidente no nó selecionado possui o menor custo. Este ramo é aceito como parte da rede final. A rede é então completada de forma iterativa. A cada estágio do processo iterativo a atenção é focalizada sobre os nós já interligados.

Todos os ramos reunindo estes nós a nós não conectados são considerados e se identifica o ramo de menor custo. Os empates são decididos arbitrariamente. Este ramo é aceito como parte da rede final. O processo iterativo termina quando todos os nós forem interligados.

Se os custos forem todos distintos, pode-se provar que a árvore de mínima extensão é única e é produzida por meio do algoritmo acima com qualquer escolha de nó inicial.

### Percurso Mínimo

Um problema de percurso mínimo envolve uma rede conexa dotada de custos não negativos associados a cada um dos ramos. Um nó é designado como **origem** e um outro é designado como **destino**. Porém, estes termos não implicam orientação dos ramos da rede, sugerem apenas o sentido segundo o qual o algoritmo da solução será aplicado. O objetivo é determinar um percurso interligando a origem e o destino, tal que a soma dos custos associados aos ramos do percurso seja mínima. Os problemas de percurso mais barato são resolvidos por meio do seguinte algoritmo, no qual todos os empates são decididos arbitrariamente.

**Etapa 1:** Constrói-se uma lista principal tabulando-se sob cada nó, em ordem crescente de custo, os ramos aí incidentes. Cada ramo sob um determinado nó é escrito com este nó como sendo o primeiro. Omite-se da lista qualquer ramo que tenha a origem como segundo nó ou o destino como seu primeiro nó.

- Etapa 2:** Assinala-se com asterisco o nó origem alocando-lhe o valor 0. Localiza-se o ramo de menor custo incidente na origem assinalando-o com um círculo. Assinala-se com asterisco o segundo nó deste ramo e aloca-se a este nó um valor igual ao custo do ramo. Elimina-se da lista principal todos os outros ramos que possuem o nó recém-assinalado com asterisco como segundo nó.
- Etapa 3:** Se o nó recém-assinalado com asterisco for o destino, vai-se para a Etapa 5. Caso contrário, para a Etapa 4.
- Etapa 4:** Consideram-se, na lista principal corrente, todos os nós assinalados com asterisco sob os quais haja ramos não envoltos por círculos. Para cada um destes nós, adiciona-se ao valor que lhes é alocado o custo do ramo de menor custo não envolto por círculo sob o nó em pauta. Designa-se a menor destas somas por M e circunda-se o ramo cujo custo contribuiu para M. Assinala-se com asterisco o segundo nó deste ramo e aloca-se a ele o valor M. Exclui-se da lista principal todos os outros ramos que possuam o nó recém-assinalado por asterisco como segundo nó. Volta-se para a Etapa 3.
- Etapa 5:** Z é o valor alocado ao destino. Um percurso de custo mínimo é obtido recursivamente começando-se com o destino, pela inclusão no percurso de cada um dos ramos circundados, cujo segundo nó pertença ao percurso.

A partir da operação da Etapa 4 pode-se constatar que o conjunto de ramos circundados, produzidos pelo algoritmo, constitui uma sub-árvore da rede original tendo a seguinte propriedade: a única distância (custo) na sub-árvore entre o nó origem e outro nó qualquer é igual à menor distância entre estes dois nós na rede original; em geral, contudo, a sub-árvore não cobrirá toda a rede.

## Fluxo Máximo

O objetivo num problema de fluxo máximo é desenvolver um esquema de transporte que maximize a quantidade de material enviada entre dois pontos de **origem** e **destino**. Existem várias rotas interligando a origem ao destino diretamente ou por localidades intermediárias chamadas **escalas**. Admite-se que as escalas não podem estocar materiais, isto é, todo material que chegue a uma escala é expedido imediatamente para outra localidade.

Um problema de fluxo máximo pode ser modelado por uma rede. A origem, o destino e as escalas são representados por nós, enquanto os ramos representam as rotas por meio das quais os materiais são transportados. Associa-se a cada nó **N** e a cada ramo **NM** originado de **N** um número não negativo, ou capacidade, representando a maior quantidade de material possível de ser transportada por **NM**, a partir de **N**.

## Percurso com Fluxo Positivo

O aspecto de dificuldade do algoritmo de fluxo máximo é a Etapa 1 – identificação de um percurso entre a origem e o destino com capacidade positiva. Para se descobrir um tal percurso conecta-se, inicialmente, a origem a todos os nós que possam ser alcançados por um único ramo dotado de capacidade positiva, no sentido direto (o sentido que sai da origem). Conectam-se estes nós a todos os *novos* nós que possam ser alcançados por meio de um único ramo com capacidade positiva, no sentido direto. Continua-se este processo até que ou o destino seja alcançado – caso em que fica identificado um percurso apropriado – ou não seja possível alcançar novos nós, a partir

dos existentes, e o destino não tenha sido alcançado – caso em que não existe percurso apropriado.

## Exemplos

### Exemplo 1

A Secretaria do Meio Ambiente planeja fomentar o turismo numa área inexplorada de um Parque Estadual. Foram designados quatro acessos automobilísticos para a área. Estes lugares e as distâncias entre eles (em Km) estão listados na tabela a seguir. A fim de reduzir os danos ao meio ambiente, a Secretaria deseja minimizar a extensão das estradas necessárias para propiciar o acesso desejado. Determine quais rodovias deveriam ser construídas para se alcançar este objetivo. (Solução em classe).

	Entrada do Parque	Cachoeira Véu de Noiva	Rocha do Paredão	Bosque do Encontro	Mata Grande
Entrada do Parque		7,1	19,5	19,1	25,7
Cachoeira Véu de Noiva	7,1		8,3	16,2	13,2
Rocha do Paredão	19,5	8,3		18,1	5,2
Bosque do Encontro	19,1	16,2	18,1		17,2
Mata Grande	25,7	13,2	5,2	17,2	

### Exemplo 2

Uma empresa com sede no bairro do Ipiranga, São Paulo, e que precisa entregar diariamente, no início da manhã, produtos para um cliente localizado no bairro do Butantã, procura um itinerário que minimizará o tempo de viagem. Esta empresa registrou o tempo em minutos ao longo dos principais trajetos entre diferentes bairros intermediários. Estes dados estão na tabela a seguir. Interprete a ausência de dados como a inexistência de trajeto ligando diretamente os bairros assinalados. Determine o melhor itinerário de viagem diária que a empresa em questão deve fazer para entregar seus produtos ao cliente. (Solução em classe).

	Ipiranga	Vila Mariana	Ibirapuera	Itaim	Pinheiros	Butantã
Ipiranga		18		32		
Vila Mariana	18		12	28		
Ibirapuera		12		17		32
Itaim	32	28	17		4	17
Pinheiros				4		11
Butantã			32	17	11	

Essa situação pode ser modelada como um problema de percurso mínimo. Os nós são os bairros (ou cidades, num caso mais amplo), os ramos são os trajetos (ou estradas, num

caso mais amplo) interligando diretamente os bairros (ou cidades) assinalados, e os custos associados aos ramos os tempos de percurso. A origem é o bairro do Ipiranga e o destino o bairro do Butantã, próximo à USP.

### Exemplo 3

A figura 2 é uma rede possuindo A como origem, D como destino e B e C como escalas. As capacidades de cada ramo para o fluxo nos dois sentidos são indicadas próximo das extremidades do ramo. Note-se que 7 unidades podem ser transportadas de A para C ao longo de AC, mas 0 (zero) unidades podem ser transportadas em sentido contrário. Esta assimetria permite definir, se desejável, uma orientação para AC. Em oposição, o fluxo por intermédio de BC pode se dar em qualquer dos sentidos com uma capacidade de 5 unidades em ambos.

Os problemas de fluxo máximo pode ser resolvidos por meio do seguinte algoritmo:

- Etapa 1:** Acha-se um percurso, da origem ao destino, que possa acomodar um fluxo positivo de material. Se não existir, vai-se para a Etapa 5.
- Etapa 2:** Determina-se o fluxo máximo que pode ser transportado ao longo deste percurso e designa-se este custo por  $k$ .
- Etapa 3:** Reduz-se de  $k$  a capacidade direta, isto é, a capacidade no sentido do fluxo de  $k$  unidades, de cada ramo deste percurso e aumenta-se a capacidade inversa de  $k$ . Adiciona-se  $k$  unidades às quantidades entregues ao destino.
- Etapa 4:** Retorna-se para a Etapa 1.
- Etapa 5:** O fluxo máximo é quantidade de material entregue ao destino. O esquema de transporte ótimo é determinado comparando-se as redes original e final. Toda redução na capacidade significa um transporte.

(Solução em classe)

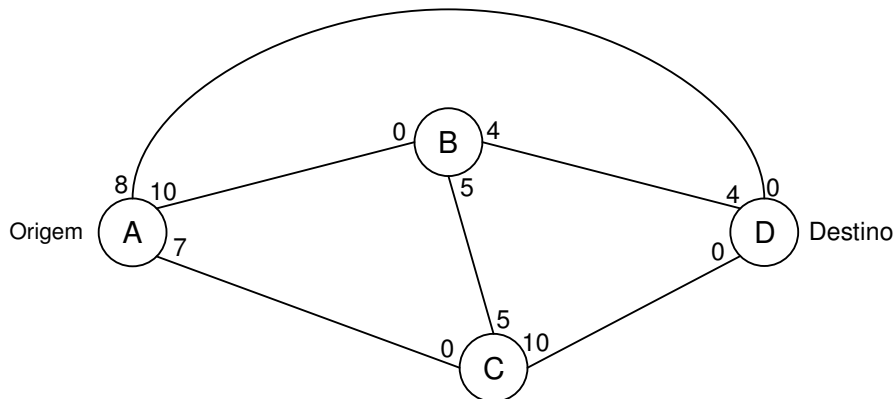


Figura 2



### Exemplo 4

Identificar na figura 3, um percurso da origem A para o destino G que possa transportar um fluxo positivo.

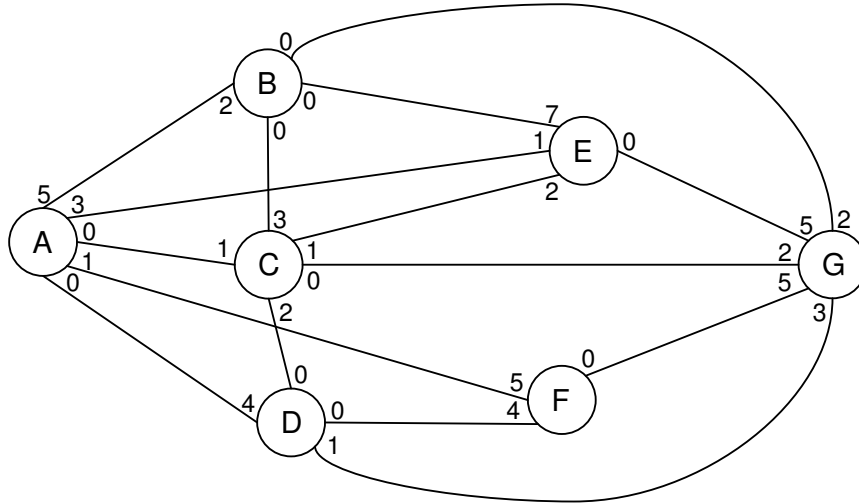


Figura 3

### Exemplo 5

O quadro a seguir mostra as quantidades de soja (em milhares de toneladas) estocadas nos portos de origem e as quantidades que devem ser enviadas (demandadas) para os portos de destino.

Porto Origem	Quantidade (t)
Paranaguá	120
Santos	100
Rio de Janeiro	100
Vitória	100

Porto Destino	Quantidade (t)
Nova York	100
Hamburgo	80
Amsterdã	90
Bordeaux	150

Os portos de Hamburgo e Bordeaux devem ser atendidos prioritariamente.

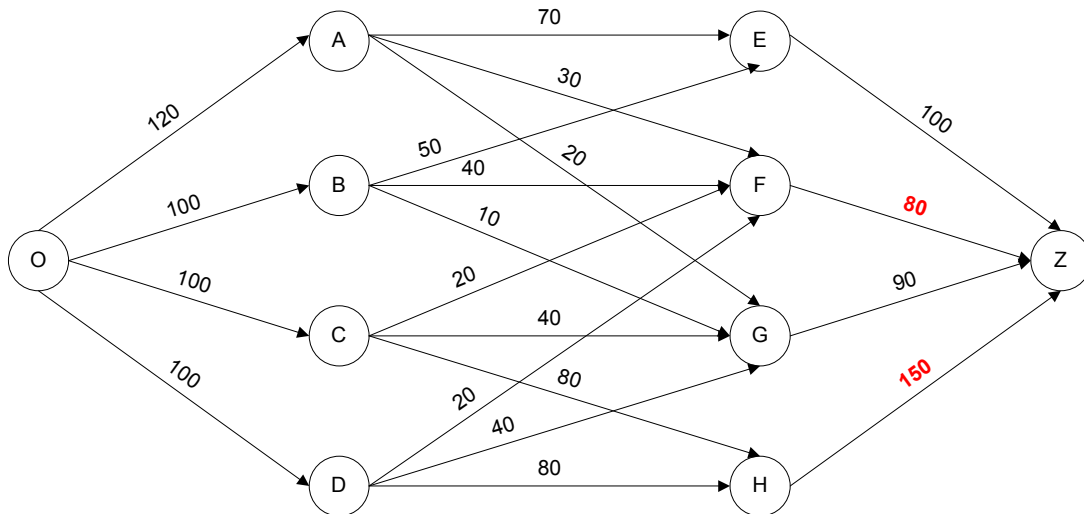
O quadro a seguir mostra a capacidade de transporte disponível em navios que farão rotas entre os portos de destino e de origem.

	E - Nova York	F - Hamburgo	G - Amsterdã	H - Bordeaux
A - Paranaguá	70	30	20	0
B - Santos	50	40	10	0
C - Rio	0	20	40	80
D - Vitória	0	20	40	80

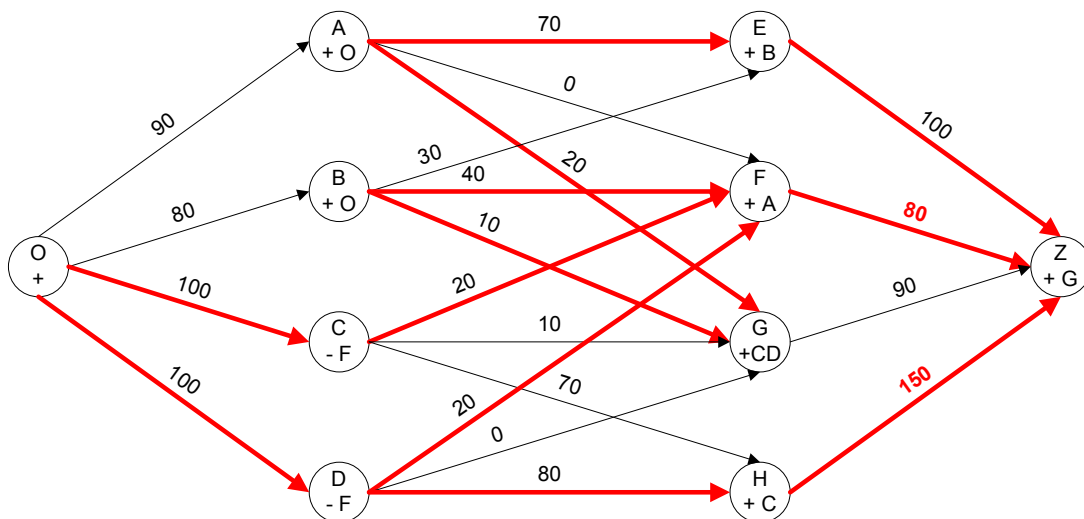
O problema é determinar quais rotas devem ser utilizadas de forma a que seja possível obter o máximo fluxo de transporte de soja entre os portos de origem e destino.

Passos para encontrar a solução que maximiza o fluxo:

1. Construir a rede criando dois nós fictícios, O (origem) e Z (destino), e colocando sobre os ramos as quantidades estocadas e demandadas em cada porto e as capacidades de transporte disponíveis entre eles.



2. Encontrar uma primeira alternativa de fluxos completos da origem ao destino de forma que pelo menos uma rota tenha sua capacidade de transporte completada, ou seja, saturada.



3. Marcar com (+) as rotas não saturadas e com (-) as rotas saturadas através das seguintes regras, conforme ilustra a figura anterior.

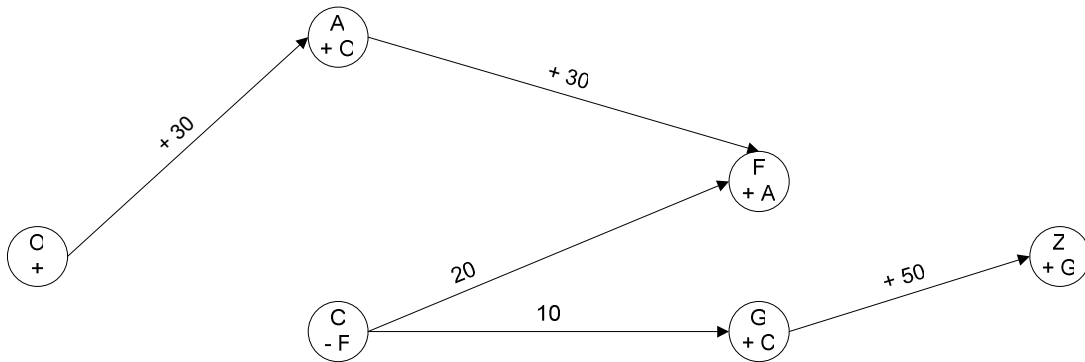
**Regra 1:** Se um nó X qualquer acaba de ser marcado, proceder da seguinte forma:

- todos os nós ligados a X por rotas começando em X e não-saturadas são marcados com (+ X);
- todos os nós ligados a X por rotas chegando em X e fluxo diferente de zero são marcadas por (- X).

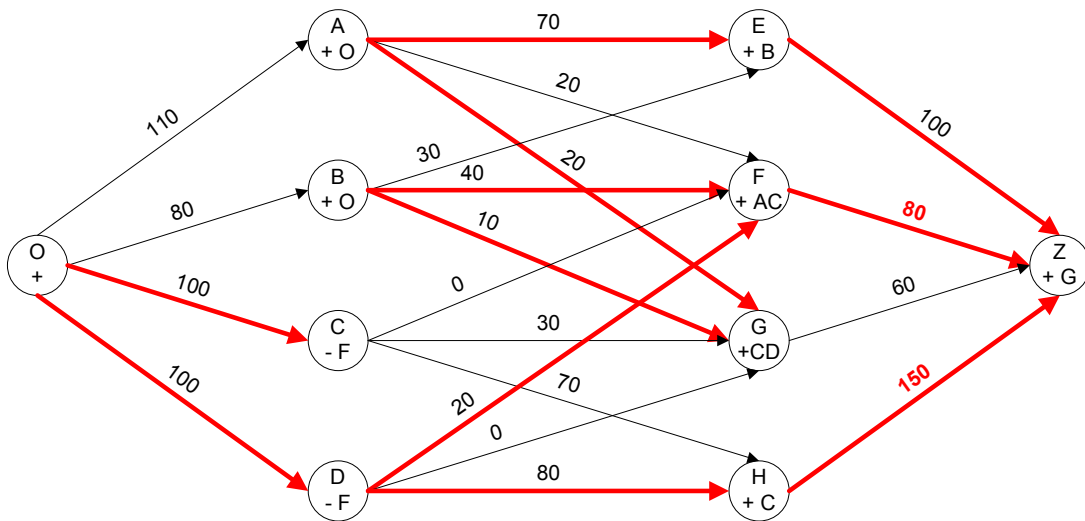
4. Uma vez marcada toda a rede, selecionar um conjunto de pontos marcados que formem um caminho completo com possibilidade de aumentar o fluxo no destino final e marcá-los de acordo com a regra a seguir:

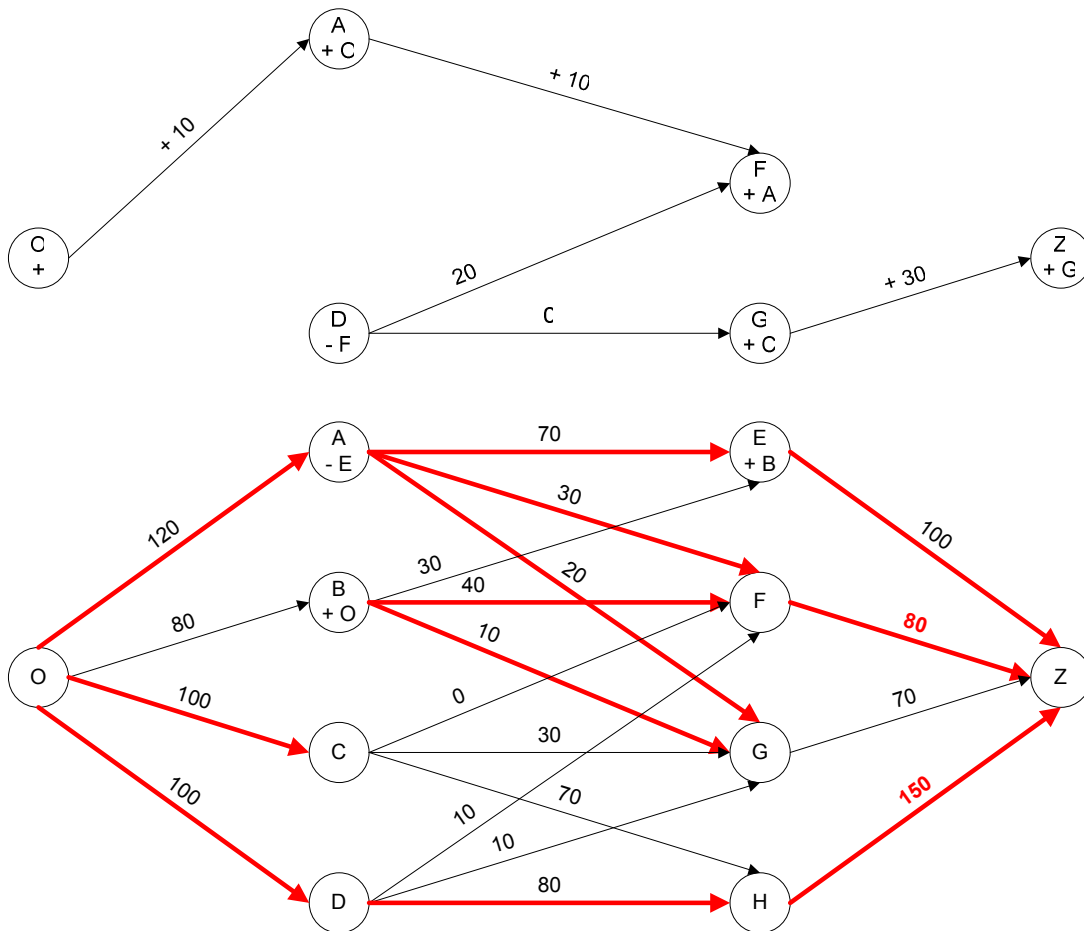
**Regra 2:**

- Se a origem da rota está marcada com o sinal ( + ), devemos colocar na rota o acréscimo de fluxo que ela poderia ter levando em conta a repartição anterior;
- Se a origem da rota está marcada com o sinal ( - ), vamos indicar o fluxo que ela realmente tem.



5. A partir do segundo carregamento obtido na rede, reaplicam-se os passos 3 a 5 enquanto houver sinal ( + ) no nó de destino (G). Quando não for mais possível marcar o nó de destino com sinal ( + ) terá sido encontrado o fluxo máximo que a rede suporta.



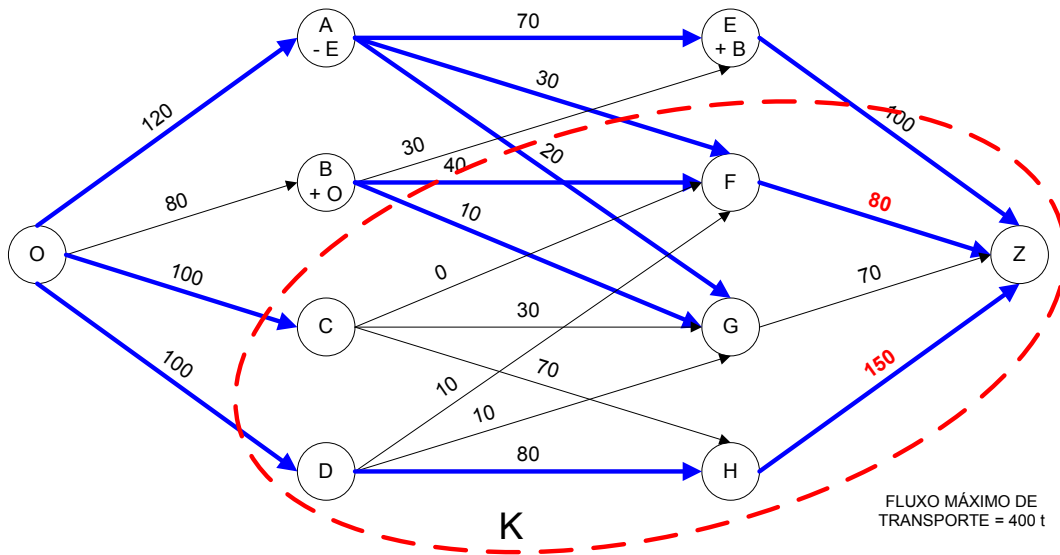


Não foi mais possível marcar o nó de destino Z com sinal (+).

6. Solução de fluxo máximo na rede:

$$E(100) + F(80) + G(70) + H(150) = 400 \text{ t}$$

7. Para comprovar traça-se uma área ( K ) envolvendo os nós para os quais não se pode atribuir mais nenhuma alteração de fluxo e calcula-se a somatória dos fluxos que entram em K. Se esta somatória for igual à somatória que chega ao nó destino ( Z ) você terá, com certeza, encontrado o fluxo máximo da rede.



A somatória dos fluxos que entram na região K é igual à somatória do fluxo que chega em Z:

$$EZ(100) + AF(30) + AG(20) + BF(40) + BG(10) + OC(100) + OD(100) = 400 \text{ t.}$$

## Modelo de Redes Aplicado a Projetos

### Planejamento de Projetos

Para se planejar a execução de um projeto complexo é preciso, antes de tudo, definir-se claramente sua finalidade e os objetivos que se pretende atingir. Define-se em seguida o conteúdo técnico do projeto e a duração e seqüência de ações ou atividades a serem executadas. Estimam-se, em seguida, os recursos necessários e os custos, associados a cada atividade. Depois são fixadas as responsabilidades, os sistemas de informação e de decisão. Finalmente, estabelecem-se os procedimentos de controle do projeto. Todos estes aspectos são tópicos que devem ser considerados no âmbito do planejamento de um projeto.

A definição da finalidade do projeto é a primeira fase do planejamento. Quando não sabemos para onde pretendemos ir, qualquer direção serve. Portanto, para evitar essa indefinição, o planejamento do projeto deve iniciar-se com a fixação da sua finalidade ou meta, que pode ser feita de forma descritiva. Ao participar da definição da finalidade de um projeto, de forma consensual, precisa e específica, o gerente se assegura que o projeto seja realista e possível de ser concluído com os recursos e tempos disponíveis.

### Objetivos

Fixada a finalidade do projeto, seus objetivos são os princípios de orientação para os grupos de trabalho que nele estarão envolvidos.

Normalmente, um projeto complexo é dividido em tarefas ou atividades a serem implementadas por diferentes equipes de trabalho. Para cada uma das equipes devem ser definidos objetivos precisos, cuja especificação, através das atividades, deve contribuir inequivocamente para se atingir a finalidade do projeto. Se definirmos o tempo disponível para a execução de cada atividade e os recursos necessários para executá-las, teremos todos os objetivos do projeto claramente definidos.

Para a definição dos objetivos de um projeto é conveniente utilizar um quadro semelhante ao apresentado a seguir:

<b>Definição dos Objetivos do Projeto</b>				
<b>Objetivos do Projeto</b>	<b>Atividades de cada Objetivo</b>	<b>Duração de cada Atividade</b>	<b>Recursos Materiais Necessários</b>	<b>Recursos Financeiros Necessários</b>
Objetivo 1	Atividade 1 Atividade 2 ... Atividade N			
Objetivo 2	Atividade 1 Atividade 2 ... Atividade N			
Objetivo N	Atividade 1 Atividade 2 ... Atividade N			

Um aspecto fundamental na fixação dos objetivos reside na sua quantificação em termos de tempo, recursos físicos e custo ou recursos financeiros necessários. Sem uma definição quantitativa não podem ser adequadamente definidos os objetivos do projeto.

Existe uma grande variedade de estruturas ou organogramas técnicos de projetos, sendo a estrutura mais comum a que desagrega o projeto em até 6 níveis:

<b>Nível</b>	<b>Desagregação</b>
1	<b>Programas:</b> é o nível mais amplo, corresponde a um conjunto de projetos.
2	<b>Projetos:</b> são os projetos que constituem um programa.
3	<b>Atividades:</b> são as atividades que devem ser executadas para se atingir a finalidade do projeto.
4	<b>Sub-atividades:</b> são desagregações das atividades a serem executadas para facilitar sua execução e gerenciamento.
5	<b>Procedimentos:</b> conjuntos de ações homogêneas a serem executadas dentro das atividades ou sub-atividades, com fronteiras bem delimitadas que os individualizam.
6	<b>Tarefas:</b> ação ou esforço necessário para a para execução de procedimentos.

Normalmente, de acordo com o porte do projeto, procura-se conceber um nível de desagregação que permita simultaneamente integrar as atividades do projeto, controlar os custos destas atividades e atribuir responsabilidades aos membros da equipe e aos diferentes departamentos responsáveis pela alocação de recursos.

**Níveis de Gestão do Projeto (1 a 3):** através do nível 1 se recebe a autorização para o início dos trabalhos; pelo nível 2 se elaboram os planos e orçamentos e pelo nível 3 se concebe a **rede** do projeto e se atribuem responsabilidades de execução.

**Níveis de Execução do Projeto (4 a 6):** os níveis 4, 5 e 6 são operacionais, utilizados na definição da alocação de recursos, estimação e controle de prazos e custos.

**Exemplo:** apresentação de um Projeto de Automação de um Processo Administrativo, por exemplo Vendas, como uma lista de Atividades:

<b>Número</b>	<b>Lista de Atividades</b>	<b>Tipo</b>
001	Análise do Processo Administrativo a Automatizar.	Atividade
002	Determinação de necessidades: operações a automatizar, informações, equipamentos e softwares.	Atividade
003	Seleção de fornecedores.	Atividade
004	Projeto das instalações físicas (layout, energia, comunicação e rede de computadores).	Atividade
005	Reforma das instalações físicas para adequá-las aos novos equipamentos e operação do sistema.	Atividade
006	Escolha do sistema (software + hardware) de automação.	Atividade
007	Encomenda do sistema de automação.	Atividade

Número	Lista de Atividades	Tipo
008	Instalação dos equipamentos de informática (hardware).	Atividade
009	Instalação do software aplicativo de automação.	Atividade
010	Treinamento dos operadores.	Atividade
011	Teste do sistema completo.	Atividade
012	Operação do sistema completo: aquisição de experiência e realização de ajustes.	Acontecimento/Marco

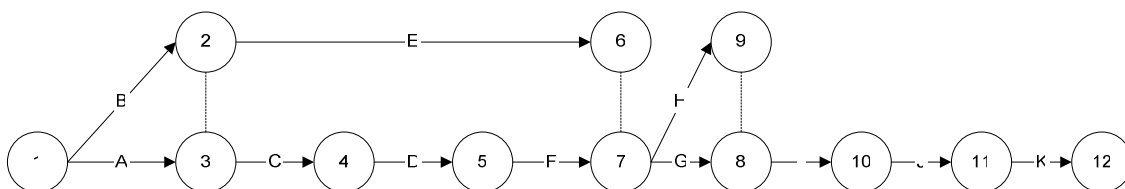
## Atividades

Após a definição dos objetivos do projeto e se ter preenchido a planilha de atividades com todas as atividades do projeto, deve-se estabelecer a seqüência de execução das atividades. Continuando com o exemplo anterior de automação de um processo administrativo, a seqüência de atividades poderia ser:

ID	Atividade	Atividade Precedente
A	Análise do processo administrativo a ser automatizado	-
B	Determinação de necessidades	-
C	Obtenção das propostas dos fornecedores	A, B
D	Seleção do fornecedor	C
E	Projeto das instalações	B
F	Aquisição do sistema de automação	D
G	Reforma das instalações e infra-estrutura	E, F
H	Instalação dos equipamentos	E, F
I	Instalação do software aplicativo de automação	H, G
J	Treinamento dos operadores	I
K	Operação, aquisição de experiência e execução de ajustes	J

As atividades precedentes são as atividades que têm que estar concluídas antes do início da atividade seguinte. No exemplo, as atividades A e B podem ser iniciadas em qualquer momento, pois não dependem de nenhuma outra atividade, mas a atividade C não pode iniciar-se antes da atividade A e da B estarem terminadas.

As atividades precedentes permitem identificar a seqüência de realização das atividades do projeto. A partir da seqüência lógica das atividades pode-se construir um gráfico que represente as ligações entre as atividades. Esse gráfico será designado como **Diagrama de Rede do Projeto**:





Estabelecida a seqüência de execução das tarefas e admitindo que não houve esquecimento de nenhuma tarefa ou atividade essencial para a execução do projeto, inicia-se a estimação do tempo necessário para executar cada uma das atividades. Como o tempo necessário para executar uma tarefa depende dos recursos a ela alocados (pessoas, equipamentos etc.) a estimação do tempo e dos recursos, em geral, é feita simultaneamente.

Inicia-se esse processo determinando-se a especificação funcional ou operacional necessária para a execução de cada tarefa ou atividade conforme ilustra o quadro a seguir.

ID	Atividade	Gerente	Arquiteto	Engenheiro	Informático	Técnico	Operador
A	Análise do processo administrativo a automatizar	E				T	O
B	Determinação de necessidades	E			S		
C	Obtenção das propostas dos fornecedores	E			S		
D	Seleção do fornecedor	E			S		
E	Projeto das instalações		S	S	S		
F	Aquisição do sistema de automação	E			S		
G	Reforma das instalações e infra-estrutura		S	S	S		
H	Instalação dos equipamentos			S	S	T	
I	Instalação do software aplicativo de automação				S	T	
J	Treinamento dos operadores				S	T	O
K	Experiência e elaboração de ajustes	E			S	T	O

E – Executivo    S – Especialista    T - Técnico    O - Operador

Após a especificação funcional das tarefas do projeto, especifica-se os recursos que precisam ser alocados a cada atividade através do Quadro de Distribuição de Recursos, ilustrado a seguir.

### Quadro de Distribuição de Recursos

Recurso	Atividade	Homem / Hora	Custo Horário	Custo Variável	Custo Fixo	Custo Total
Gerente						
Técnico						
Operador						
Etc.						

Para os recursos humanos, a unidade de medida pode ser homem/hora, homem/dia ou homem/mês, conforme a natureza do projeto ou atividade. Já para os recursos sob a forma de equipamentos (materiais, máquinas, meios de transporte, computadores etc.) a medida recurso/tempo (hora, dia, mês etc.) precisa ser interpretada adequadamente.

Os custos considerados são normalmente “Custos Padrões”. Custos padrões refletem uma visão normativa de gestão orientada tecnologicamente, que constituirá uma forma de medir quanto eficientemente se poderá implementar o projeto. A visão normativa constitui um incentivo para se adotar uma gestão de excelência, já que os desvios a serem estimados estarão referenciados a um padrão otimizado.

Continuando o nosso exemplo, no quadro a seguir é apresentada a duração de execução de cada atividade:

ID	Atividade	Duração em Dias
A	Análise do processo administrativo a automatizar	3
B	Determinação de necessidades	2
C	Obtenção das propostas dos fornecedores	7
D	Seleção do fornecedor	2
E	Projeto das instalações	15
F	Aquisição do sistema de automação	1
G	Reforma das instalações e infra-estrutura	30
H	Instalação dos equipamentos	3
I	Instalação do software aplicativo de automação	2
J	Treinamento dos operadores	5
K	Experiência e elaboração de ajustes	15

Com a seqüência de atividades e a estimativa da duração de cada atividade, já há condições de se efetuar o planejamento do tempo total do projeto através de uma **REDE**.

## Diagramas de Redes PERT/CPM

### Histórico

As técnicas modernas de gestão de projetos apareceram no fim dos anos 50 sob dois acrônimos: PERT – *Program Evaluation and Review Technique*, posto em prática quando da construção do míssil Polaris da marinha dos EUA; e CPM – *Critical Path Method*, implementado pela Dupont Company e pela Remington Univac Division. Os fundamentos teóricos do PERT e do CPM são muito parecidos, contudo as duas técnicas foram desenvolvidas de forma independente. Na França, em 1958, Bernard Roy desenvolveu uma metodologia similar sob a designação de *Methode des Potentiels*, quando da construção do navio France e de centrais atômicas no vale do Loire.

O sucesso dessas técnicas reside na capacidade que têm revelado para diminuir o tempo de realização dos projetos de certa dimensão e o controle dos custos e dos recursos utilizados.

Por esta razão estes métodos são cada vez mais utilizados onde seja necessário coordenar ações que envolvam tempo, custo e qualidade.

## Conceitos Básicos

Como já comentado, um projeto pode ser entendido como um conjunto de operações executadas numa certa seqüência para atingir determinados objetivos. As operações que compõem de um projeto, consumindo tempo e recursos, são chamadas **atividades**. Para representar estas atividades e a ordem em que são executadas, usa-se um **Diagrama de Rede**.

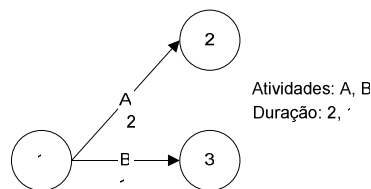
Diagramas de rede são representações gráficas dos projetos, nos quais se identificam as atividades e suas inter-relações e onde tempo decorre da esquerda para a direita.

Nestes diagramas, cada atividade possui um início e um fim, que são pontos no tempo. Esses pontos no tempo são conhecidos como **eventos**. As atividades são representadas por setas e os eventos (ponto inicial e ponto final) por círculos, chamados também de nós. A seta aponta para o círculo que representa o evento final, para dar idéia da progressão do tempo. As atividades podem ser representadas por números ou letras e os círculos são numerados, em ordem crescente da esquerda para a direita.

Em um Diagrama de Rede, denomina-se **caminho** qualquer seqüência de atividades que leve do nó inicial ao nó final. Chama-se de **duração** de um caminho à soma das durações de todas as atividades que o compõem. O caminho com a maior duração é chamado de **caminho crítico**, pois governa o tempo de término do projeto. Ou seja, o tempo de término de um projeto é igual à duração do seu caminho crítico. Qualquer atraso nesse caminho, automaticamente determinará um atraso no projeto. As atividades do caminho crítico são chamadas de **atividades críticas**. Nenhuma dessas atividades pode atrasar, sem que o projeto, como um todo, também atrase. Numa linguagem típica de gestão de projetos, dizemos que as atividades críticas não têm folga ou, de maneira equivalente, que sua folga é zero. Em outros caminhos, que não o caminho crítico, as atividades podem sofrer algum atraso, sem que isso implique em atraso no projeto, ou seja, possuem alguma folga.

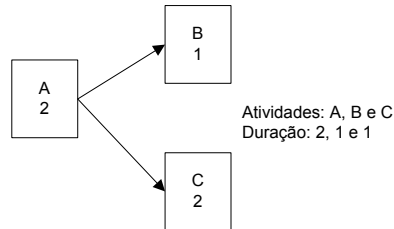
Existem dois tipos de Diagramas de Rede para representar projetos:

- **Redes Orientadas a Eventos:** São redes constituídas por atividades, eventos e relações de interdependência. As atividades são representadas por setas e os eventos por círculos. As relações de interdependência são designadas pela descrição representada sobre a seta ou alternativamente pelos nós de origem e destino da atividade. Por exemplo, as atividades A e B (descrição) ou as atividades 1 – 2 e 1 – 3 são representadas por:



Esta representação é muito utilizada nas resoluções de problemas de Rede em papel. Um nó onde termina uma atividade possui sempre um número superior ao nó em que se inicia a atividade.

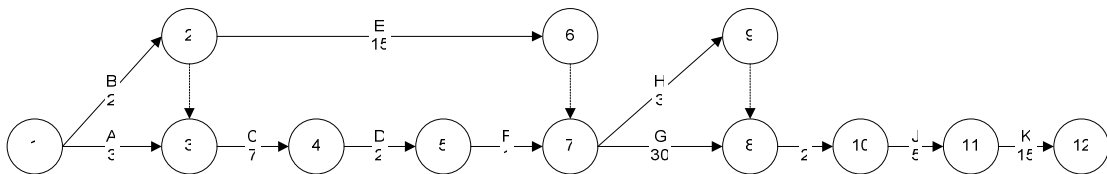
- **Redes Orientadas a Atividades:** Sob a designação de Redes Orientadas a Atividades existe uma família de redes. Estas redes são constituídas por atividades e relações de dependência. Não necessitam, portanto, de eventos. As atividades são representadas por nós, em geral por retângulos, e as relações de interdependência por setas, que relacionam as atividades.



## Redes Orientadas a Eventos

### Introdução

Considere a Rede Orientada a Eventos do exemplo que estamos estudando, apresentada a seguir.



Os eventos são definidos pelos círculos e as atividades pelas setas. O sentido e duração das atividades são indicados nas setas. O evento de início de uma atividade é o nó de origem ou de início e o evento de fim de uma atividade é o nó de destino de fim.

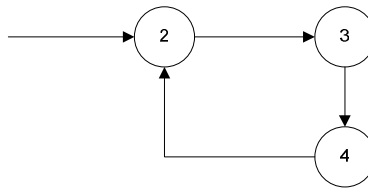
A apresentação dos eventos e atividades é gerida por uma regra de dependência que exige que uma atividade que dependa de uma outra seja mostrada a partir do nó de fim da atividade de que depende. No exemplo acima, a atividade D depende da atividade C. Esta regra de dependência fixa duas propriedades da rede:

1. Um evento não está realizado enquanto todas as atividades que conduzem a ele não estejam completas.
2. Nenhuma atividade pode ser iniciada até que o seu evento de início esteja realizado.

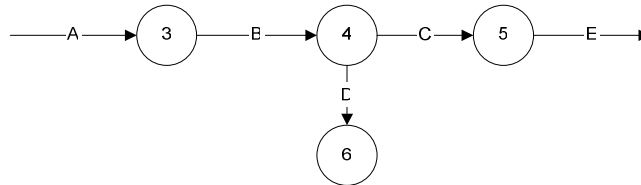
Concluindo: nenhuma atividade pode iniciar-se até que todas as atividades precedentes na mesma cadeia estejam completas.

Dois erros de lógica podem aparecer ao se traçar uma rede orientada por eventos:

1. **Enlaçamento (looping):** ocorre quando a dependência seqüencial das atividades é circular, como no exemplo abaixo. Quando este erro ocorre é provável que a lógica subjacente esteja errada, implicando que a construção da rede deva ser revista.



2. **Atividade Pendurada** (*dangling*): aparece quando uma atividade não tem seqüência como no exemplo abaixo. A relação 4 – 6 é uma relação pendurada.



Os erros lógicos apresentados são óbvios quando vistos isoladamente, mas em uma rede complexa podem passar despercebidos. Felizmente os softwares de computador costumam possuir testes que permitem verificar o desenho lógico da rede.

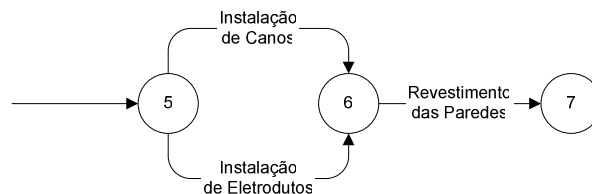
Na rede do exemplo, as linhas pontilhadas descrevem atividades fictícias (*dummy*). Essas atividades são características de redes orientadas a eventos, que não precisam utilizar recursos, mas necessitam de tempo.

Sempre que possível, uma rede deve ser desenvolvida sem atividades fictícias, porém podem ser existir três tipos de atividades fictícias:

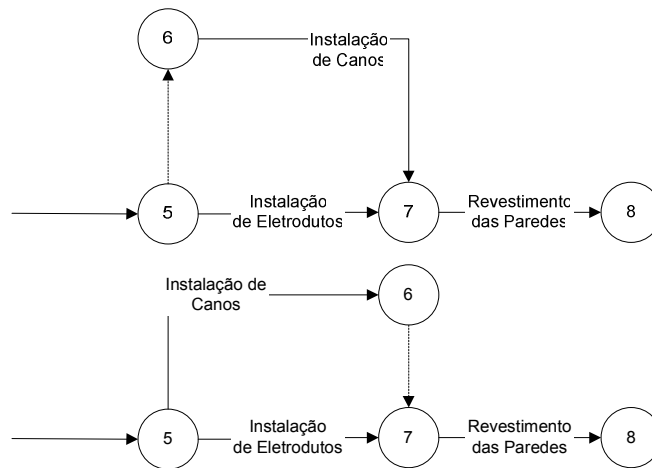
1. Atividade fictícia de identidade;
2. Atividade fictícia lógica;
3. Atividade fictícia de trânsito de tempo.

### Atividades Fictícias de Identidade

As atividades fictícias de identidade são utilizadas quando duas atividades têm os mesmos nós de partida e de chegada. Por exemplo, durante a construção de uma casa simultaneamente são instalados encanamentos para passagem de água e eletrodutos para a passagem de fios elétricos. Para representar estas atividades numa rede teríamos:



Da forma que está representado acima, o diagrama de rede pode provocar confusão para sua interpretação, principalmente quando se avalia seu caminho crítico. Para evitar isso utilizamos uma atividade fictícia que pode ser representada das seguintes formas alternativas:

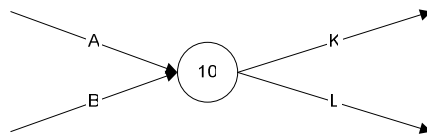


### Atividades Fictícias Lógicas

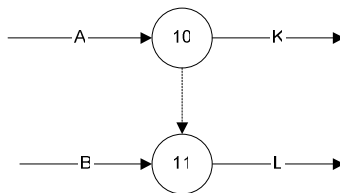
Considere a seguinte situação:

- A atividade K depende da atividade A;
- A atividade L depende da atividade A e B.

Esta relação de dependência poderia ser representada graficamente assim:



Porém, há um erro de lógica no diagrama anterior, pois a atividade L depende tanto da atividade A como de B, mas a atividade K só depende da atividade A, e o diagrama não reflete corretamente essa dependência. No diagrama a seguir, a dependência em questão fica corretamente definida.



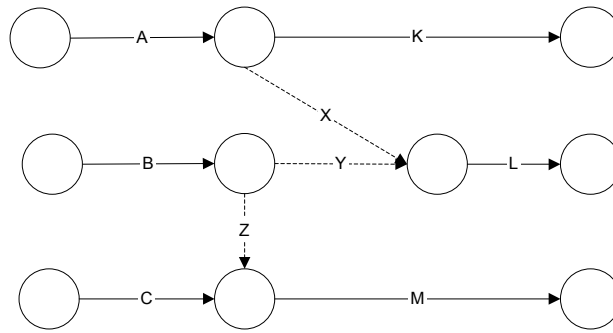
Nesta situação K depende de fato apenas de A e L depende de A e B. A inclusão da atividade fictícia resolveu o problema.

### Atividades Fictícias de Trânsito de Tempo

Muitas vezes existe uma contagem de tempo entre a finalização de uma atividade, antes que a atividade que depende dela se inicie. Considere as relações de dependência:

- Atividade K depende da atividade A;
- Atividade L depende da atividade A e B;
- Atividade M depende da atividade B e C;
- Existe uma especificação de que L não pode ser iniciada logo depois de A.

A rede correspondente a estas relações de dependência é representada a seguir:



Neste exemplo, entre o fim da atividade A e o início da atividade L existe uma atividade fictícia Y de trânsito de tempo. Note que as variáveis fictícias X e Z são contrariamente a Y atividades fictícias lógicas.

### Análise das Redes Orientadas a Eventos

Para planejar o tempo de duração das atividades de um projeto utilizando redes orientadas a eventos precisamos definir os seguintes conceitos:

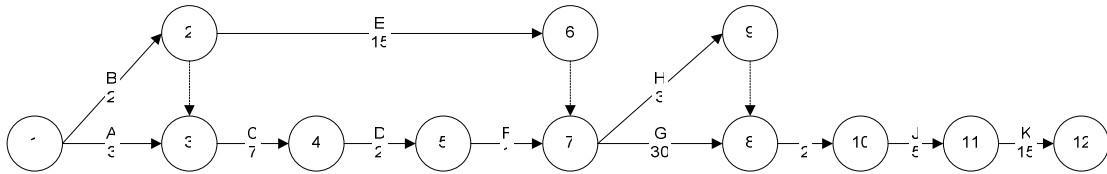
- D – duração da atividade;
- CI – data mais cedo para início da atividade;
- CC – data mais cedo para conclusão da atividade.
  - $CI = CC - D$
  - $CC = CI + D$
  - $D = CC - CI$
- TC – data mais tarde para conclusão da atividade;
- TI – data mais tarde para início da atividade.
  - $TI = TC - D$
  - $TC = TI + D$
- FT – folga total da atividade
  - $FT = TI - CI$
  - $FT = TC - CC$
  - $FT = TC - CI - D$

Definiremos uma **Folga** como o período de tempo que uma atividade pode ser atrasada ou adiantada sem afetar a conclusão do projeto como um todo.

Numa rede, os caminhos representam seqüências de atividades ordenadas. Existem atividades que se iniciam quando outras terminam; um atraso na primeira induz a um atraso nas subsequentes. Se esta situação se verifica num caminho desde o início até o fim do projeto, esse caminho é designado como sendo o **caminho crítico** do projeto.

O **caminho crítico** é, portanto, o caminho que liga as **atividades críticas**; isto é, as atividades em que um atraso em qualquer uma delas causa um atraso na data de finalização do projeto.

Considere o nosso exemplo de projeto de automação e coloque os tempos de duração de cada atividade, conforme ilustra a figura a seguir.



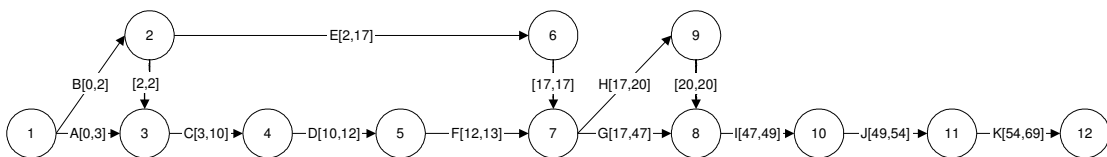
Temos a seqüência lógica das atividades e o tempo de duração. A partir dos dados podemos determinar o caminho crítico. Para isso, precisamos determinar:

- CI – A data mais cedo de início;
- CC – A data mais cedo de conclusão;
- TI – A data mais tarde de início;
- TC – A data mais tarde de conclusão;
- FT = TC – CC (folga total).

**Regra 1:** Estimação da data mais cedo de início da atividade:

- A data mais cedo de início de uma atividade iniciada num determinado nó é igual ao maior valor da data mais cedo de finalização entre todas as atividades que entram neste nó.
- Determina-se a data mais cedo de início de uma atividade e a data mais cedo de conclusão de uma atividade a partir de um procedimento no sentido do início para o fim da rede, onde  $CC = CI + D$ .
- Por definição, a atividade que se inicia no evento de início do projeto inicia-se no tempo zero.

Aplicamos esta regra em nosso exemplo para determinação do CI e CC de cada atividade:



- Aplicando a regra da estimacão da data mais cedo de início, isto é, o maior valor da data mais cedo de conclusão.
- Verifica-se que a atividade B possui  $CI=0$ ,  $D=2$  e  $CC=2$ ; que a atividade fictícia que lhe segue tem  $CI=2$ ,  $D=0$  e  $CC=2$ ; que a atividade C possui  $CI=3$  (aplicação da regra),  $D=7$  e  $CC=10$ . E assim por diante.

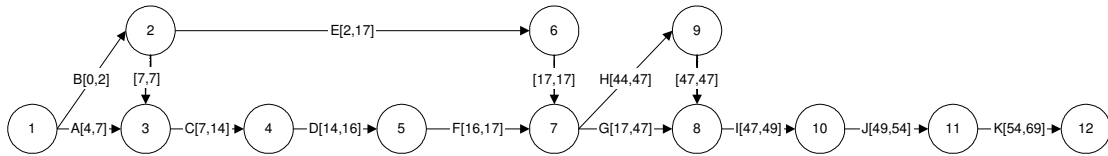
**Regra 2:** Estimacão da data mais tarde para conclusão de uma atividade:

- A data mais tarde de conclusão de uma atividade que entra em um dado nó é igual ao menor valor das datas de mais tarde início de todas as atividades que deixam esse nó.



- Determina-se a data mais tarde de conclusão de uma atividade e a data mais tarde de início de uma atividade, a partir de um procedimento no sentido do fim para o início da rede, onde  $TI = TC - D$ .

Aplicamos esta regra em nosso exemplo para determinação do TC e TI de cada atividade:



- Vimos, ao determinar CI e CC, que o CC da última atividade, a atividade K era de 69 dias. Por definição, o CC da última atividade é igual ao TC.
- Verifica-se, portanto, que a atividade K possui  $TC=69$ ,  $D=15$  e  $TI=54$ . Andando no sentido do fim para o início da rede, aplicando a regra 2, determinamos os TI e TC das demais atividades.
- Aplicando a regra de estimação da data mais tarde de conclusão (isto é, o menor valor das datas de mais tarde início de todas as atividades que deixam o nó), calcula-se os restantes TI e TC da rede.

### Regra 3: Determinação do Caminho Crítico:

Determinados CI, CC, TI e TC de cada atividade, pode-se calcular as folgas que identificam o caminho crítico:

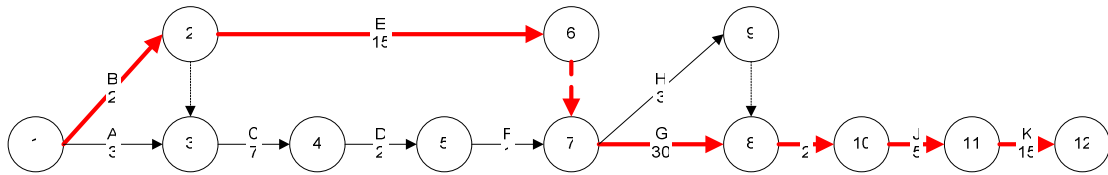
Número	Atividade	Duração	CI	CC	TI	TC	Folga	Crítico
1-3	A	3	0	3	4	7	4	
1-2	B	2	0	2	0	2	0	X
3-4	C	7	3	10	7	14	4	
4-5	D	2	10	12	14	16	4	
2-6	E	15	2	17	2	17	0	X
5-7	F	1	12	13	16	17	4	
7-8	G	30	17	47	17	47	0	X
7-9	H	3	17	20	44	47	27	
8-10	I	2	47	49	47	49	0	X
10-11	J	5	49	54	49	54	0	X
11-12	K	15	54	69	54	69	0	X

Fazem parte do caminho crítico as atividades sem folga, isto é, as atividades críticas para o projeto. Não fazem parte do caminho crítico as atividades com folga, isto é, as atividades que podem ser executadas em um prazo maior que o previsto, sem que ocorra atraso no projeto.

A gestão do tempo do projeto concentra-se no controle das atividades críticas; como estas atividades não possuem folga, se forem adiadas acarretam atrasos no projeto.

Em termos de gestão do tempo, a gestão das atividades não críticas é menos importante. Porém, quando consideramos também os custos o controle destas atividades torna-se importante.

Portanto, em nosso exemplo, o caminho crítico em termos gráficos é representado na figura a seguir:

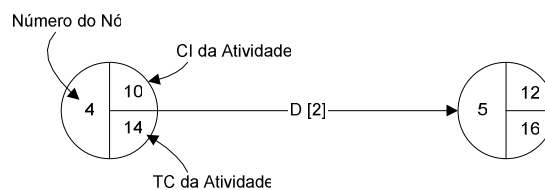


O tempo total de duração do projeto é de 69 unidades de tempo (dias, semanas ou meses).

O tempo máximo disponível que uma atividade possui para ser executada é definido por  $(TC - CI)$ , de forma que a atividade C (3-4) possui o tempo máximo disponível de  $14 - 3 = 11$ . Como o tempo necessário para executar esta atividade é de 7 (sua duração); a atividade pode ser atrasada ou antecipada de  $11 - 7 = 4$  unidades de tempo. Porém, qualquer antecipação ou atraso superior a 4 altera o caminho crítico e o tempo total de duração do projeto. O valor 4 é designado como folga total desta atividade.

- A **folga total** (FT) é o tempo total que uma atividade pode ser atrasada ou antecipada sem alterar o tempo total de duração do projeto, sendo definida por  $TI - CI$  da atividade.
- O **tempo total de duração** (TTD) do projeto é o menor período de tempo em que o projeto pode ser completado, sendo determinado por uma seqüência de atividades designadas pelo caminho crítico do projeto.
- A **folga de início** (FI) da atividade é a diferença entre o CI e o TI de uma atividade no nó de início dessa atividade.
- A **folga de fim** (FF) da atividade é a diferença entre o CI e o TI de uma atividade no nó de fim dessa atividade.

A folga total de uma atividade pode decompor-se em folga livre e folga independente. Vamos calcular a folga total da atividade D:



$$\text{TC da Atividade D} = 16$$

$$\text{CI da Atividade D} = 10$$

$$\text{Diferença} = 6$$

$$\text{Duração da Atividade D} = 1$$

$$\text{Folga Total da Atividade D} = 5 = \text{FT} = \text{TC} - \text{CI} - \text{D}$$

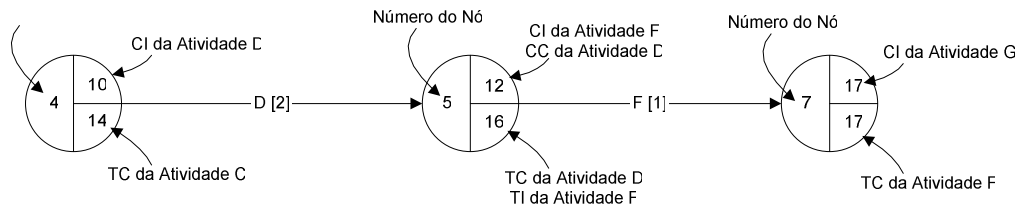
Portanto, a atividade D pode ser atrasada ou adiantada 5 unidades de tempo sem alterar o caminho crítico ou o tempo total de duração do projeto.

### Folga Livre

A folga livre (FL) é o tempo total que uma atividade pode ser antecipada ou atrasada sem afetar as atividades que a sucedem nem o tempo total de duração do projeto.

Normalmente, calcula-se a folga livre a partir da rede, pois é mais difícil calculá-la a partir de um quadro resumo. A folga livre define-se por:

$$FL = \text{Min} (CI) - CC$$



Calculando a folga total da atividade F:

TC da atividade F	= 17
CI da atividade F	= 12
Tempo máximo disponível	= TC - CI = 5
Duração	= 1
Folga Total	= 4

A folga total da atividade F é de 4 unidades de tempo, se acaso a atividade D utilizar a folga total que possui de 5 unidades, a atividade F só começará a 16 = (10 + 2 + 4):

TC da atividade F	= 17
TI da atividade F	= 16
Diferença	= 1
Duração	= 1
Folga total	= 0

Conclui-se que se D absorve toda a sua folga total, a atividade F deixa de ter folga.

Calculando a folga livre entre os nós 4 – 5:

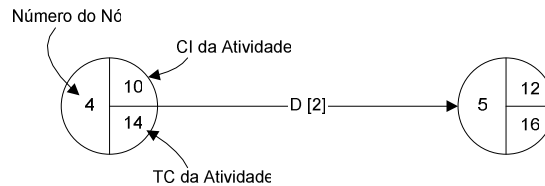
CI do nó 4	= 10
Duração 4 – 5	= 2
Folga Livre (FL)	= ?
CI do nó 5	= 12

Conclui-se que,  $10 + 2 + FL = 12$ , ou seja, a folga livre é  $12 - 12 = 0$ .

## Folga Independente

Folga independente (FI) é o tempo total que uma atividade pode ser antecipada ou atrasada sem afetar as atividades que a precedem ou sucedem, ou aumentar o tempo total de duração do projeto.

De forma análoga à folga livre, para se calcular a folga independente recorre-se à rede, por ser mais difícil calcular a partir de um quadro resumo. Exemplo:



CI do nó inicial (CC da atividade D)	= 12
TI do nó final (TI da atividade D)	= 14
Diferença	= 2
Duração	= 2
Folga Independente (FI)	= 0

Alternativamente pode calcular-se a folga livre a partir da folga total, dado:

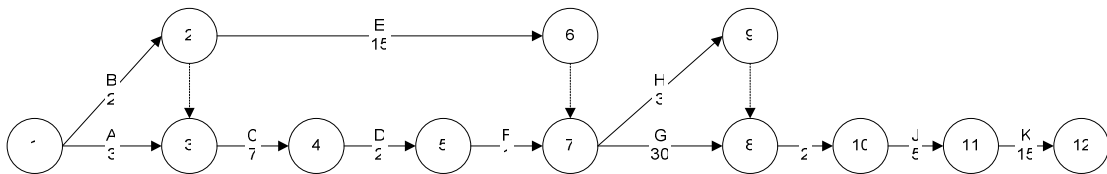
$$\text{Folga Livre} = \text{Folga Total} - \text{Folga de Fim da Atividade}$$

$$\text{Folga Independente} = \text{Folga Livre} - \text{Folga de Início da Atividade}$$

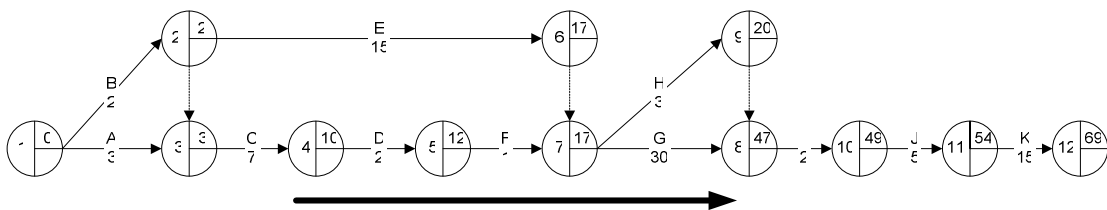
A importância de se conhecer as folgas depende da utilização que se dará a essa informação. Por exemplo, se o objetivo for reduzir o esforço de uma atividade não crítica, aumentando a sua duração e reduzindo a utilização de recursos nessa atividade, pode-se usar a folga independente sem ser necessário replanejar a rede. Porém, na maior parte das situações práticas utiliza-se apenas a folga total.

Resolvendo-se a rede de maneira rápida, de forma a determinarem-se as folgas, tem-se:

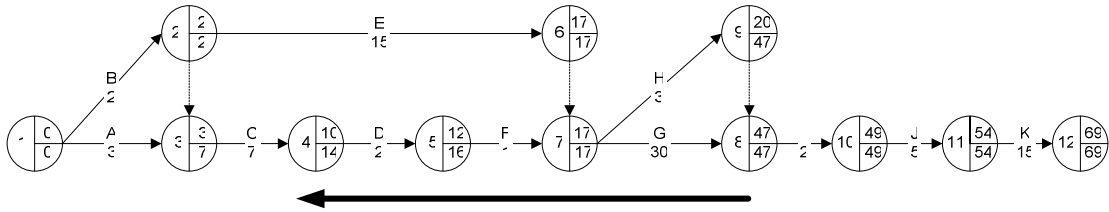
### 1. Considerando a Rede



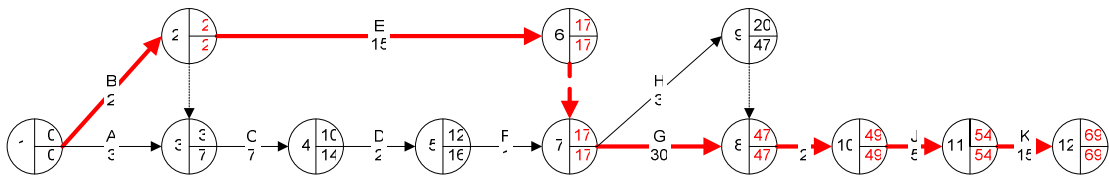
### 2. Calculando o CI (CC)



## 3. Calculando o TI (TC)



Identificadas as folgas totais (TI – CI), identifica-se o caminho crítico.

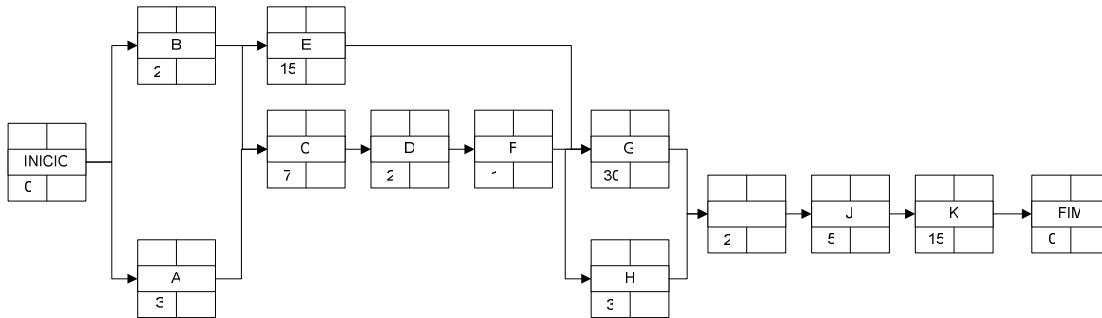


## Cálculo das Folgas

Número	Atividade	Folga Total (CI – TI)	Folga Fim (CI – TT)	Folga Início (CI – TI)	Folga Livre	Folga Independente
1-2	A	4	4	0	0	0
1-3	B	0	0	0	0	0
3-4	C	4	4	4	0	4
4-5	D	4	4	4	0	4
3-6	E	0	0	0	0	0
5-7	F	4	0	4	4	0
7-8	G	0	0	0	0	0
7-9	H	27	27	0	0	0
8-10	I	0	0	0	0	0
10-11	J	0	0	0	0	0
11-12	K	0	0	0	0	0

## Redes Orientadas a Atividades

Nas redes orientadas a atividades os eventos são definidos por retângulos e a sua interdependência pelas setas. A figura a seguir mostra a rede orientada a atividades do exemplo que estamos estudando.



Este tipo de representação torna desnecessária a utilização de atividades fictícias, sendo este aspecto uma vantagem da rede orientada a atividades relativamente à rede orientada a eventos. Ela é, porém, compensada pelo fato das redes orientadas a atividades serem maiores e mais complexas do que redes orientadas a eventos equivalentes.

Normalmente é conveniente representar na rede orientada a atividades eventos de início e fim do projeto. Estes eventos são representados por atividades fictícias com duração nula. Portanto, para se efetuar a análise deste tipo de rede um projeto é iniciado através de um nó de início com duração nula e terminado através de um nó de fim, também com duração nula.

Os dois tipos de erros de lógica, já discutidos nas redes orientadas a eventos, o erro de entrelaçamento e o da atividade pendurada, também podem ocorrer nas redes orientadas a atividades, portanto, os cuidados a serem tomados para evitá-los são os mesmos.

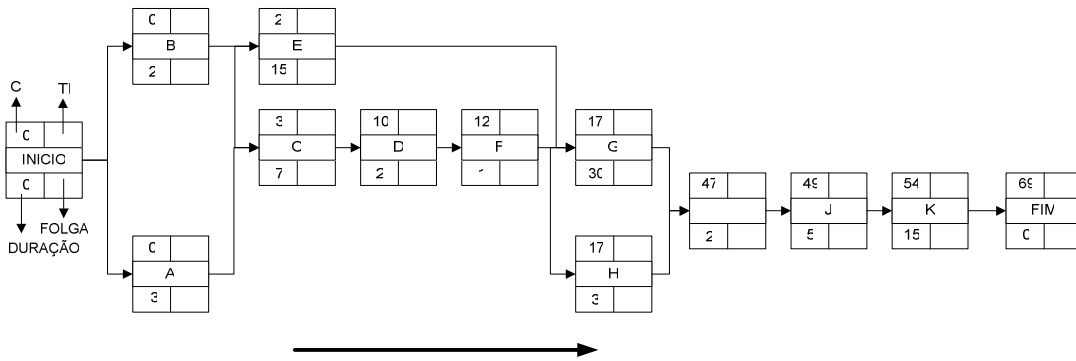
## Análise de Redes Orientadas a Atividades

As redes orientadas a atividades são representadas de maneira diferente das redes orientadas a eventos. Neste tipo de rede as atividades são representadas pelos retângulos e as setas representam relações de dependência entre as atividades.

### Cálculo da Data Mais Ceddo de Início da Atividade (CI)

De forma análoga ao efetuado para as redes orientadas a eventos, calculamos os CI utilizando as seguintes regras:

- A data mais cedo de início de uma atividade é calculada a partir do procedimento no sentido do início para o fim da rede:  $CC = CI + D$ .
- A data mais cedo de início de uma atividade iniciada num determinado nó é igual ao maior valor da data mais cedo de finalização entre todas as atividades que chegam a esse nó.



O nó de início possui um CI = 0 por se assumir que o projeto tem início no momento zero. Se por acaso o projeto se iniciar após um período de tempo conhecido, esse período de tempo pode ser atribuído ao nó de início.

Duas atividades A e B convergem para a atividade C; considerando apenas a atividade A, o respectivo CC = CI + duração = 0 + 3 = 3, como o CC da atividade A é o CI da atividade subsequente, conclui-se que o CI da atividade C é 3. Note-se que a atividade B possui CT = CI + duração = 0 + 2 = 2, neste caso escolhemos o de maior valor, ou seja 3 da atividade A.

Duas atividades convergem para G: a atividade E com CT = 15 + 2 = 17 e a atividade F com CT = 12 + 1 = 13.

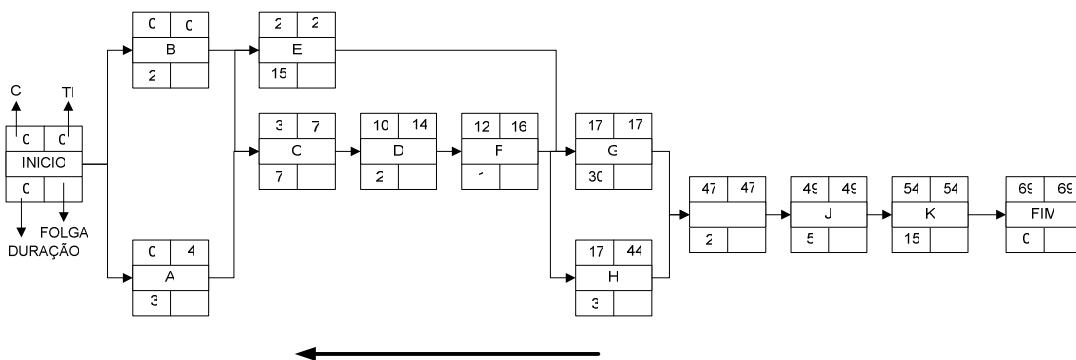
Optamos pelo maior valor, que vem de E, e tem-se CI da atividade G = 17.

### Cálculo da Data Mais Tarde de Início (TI)

De forma análoga ao efetuado para as redes orientadas a eventos, os TI são calculados utilizando-se as seguintes regras:

- A data mais tarde de conclusão de uma atividade que chega a um dado nó é igual ao menor valor das datas de mais tarde início de todas as atividades que deixam esse nó.
- Determina-se a data mais tarde de conclusão de uma atividade e a data mais tarde de início de uma atividade, a partir de um procedimento no sentido do fim para o início da rede:  $TI = TC - D$ .

Determinação do TI da rede:



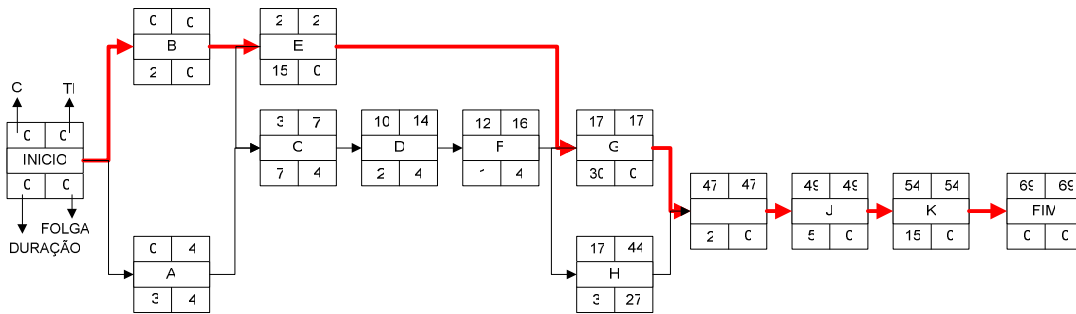
O TI da atividade J é 49 semanas, mas o TC é de 54 semanas. Como o TC de uma atividade corresponde ao TI da atividade antecedente, utiliza-se o artifício de fixar o TC no evento fim, de forma que no símbolo da atividade J se representa  $TI = TC - D$ .

A atividade I possui um  $TI = 49 - 2 = 47$

Para a atividade F confluem duas atividades, G e H, como o menor valor delas é 17, entre o valor 17 de forma que  $TI = 17 - 1 = 16$ .

### Cálculo das Folgas

Levando em consideração que a folga total – o tempo total que uma atividade pode ser atrasada ou adiantada se afetar o tempo total de duração do projeto – se define por folga total =  $TI - CI$ , calculando-se imediatamente utilizando a rede:



Identificada a folga total, podem ser calculadas a folga livre e a folga independente. Porém, ambas são difíceis de serem calculadas em redes orientadas a atividades e, em alguns casos, o cálculo é até mesmo impossível.

O caminho crítico está indicado acima na figura da rede. O quadro resumo é idêntico ao da rede orientada a eventos, como seria de se esperar, pois estamos estudando o mesmo projeto e apenas usando representações diferentes de rede.

Número	Atividade	Folga Total (CI - TI)	Folga Fim (CI - TT)	Folga Início (CI - TI)	Folga Livre	Folga Independente
1-2	A	4	4	0	0	0
1-3	B	0	0	0	0	0
3-4	C	4	4	4	0	4
4-5	D	4	4	4	0	4
3-6	E	0	0	0	0	0
5-7	F	4	0	4	4	0
7-8	G	0	0	0	0	0
7-9	H	27	27	0	0	0
8-10	I	0	0	0	0	0
10-11	J	0	0	0	0	0
11-12	K	0	0	0	0	0



## Exemplos

### Exemplo 1

Considere um projeto com as atividades abaixo discriminadas:

- Elabore o gráfico de sua rede orientada a eventos
- Elabore o gráfico de sua rede orientada a atividades

Atividade	Atividades Precedentes
A	-
B	-
C	-
D	-
E	A
F	A
G	E
H	F e G
I	B
J	C
K	D
L	H
M	K
N	I e L

### Exemplo 2

Considere um projeto com as atividades abaixo discriminadas:

- Elabore o gráfico de sua rede orientada a eventos
- Elabore o gráfico de sua rede orientada a atividades

Atividade	Atividades Precedentes
A	-
B	A
C	B
D	B
E	D
F	C e E
G	E
H	E
I	F, G e H
J	I

**Exemplo 3**

Considere um projeto com as atividades abaixo discriminadas:

- Elabore o gráfico de sua rede orientada a eventos
- Elabore o gráfico de sua rede orientada a atividades

Atividade	Atividades Precedentes
A	-
B	-
C	-
D	B
E	B
F	C
G	A e D
H	A e D
I	F
J	E, H e I

**Exemplo 4**

Considere um projeto com as atividades abaixo discriminadas:

- Elabore o gráfico de sua rede orientada a eventos
- Elabore o gráfico de sua rede orientada a atividades

Atividade	Atividades Subseqüentes
A	C e D
B	E, F e H
C	G
D	F e H
E	I
F	G
G	J
H	I
I	J
J	-

### Exemplo 5

Considere um projeto com as atividades abaixo discriminadas:

Atividade	Atividades Precedentes	Duração da Atividade
A	-	2
B	A	3
C	A	8
D	A	12
E	A	4
F	E	4
G	B	4
H	D, F	16

- Desenhe a rede orientada a eventos que representa este projeto.
- Calcule as datas de início (CI e TI), de fim (CC e TC) e as folgas totais (FT) de cada atividade.
- Faça um quadro resumo de tempos e identifique o caminho crítico do projeto.

### Exemplo 6

Considere um projeto com as atividades abaixo discriminadas:

Atividade	Atividades Precedentes	Duração da Atividade
A	-	2
B	-	1
C	A	2
D	B, C	1
E	B, C	3
F	B, C	4
G	D	5
H	E	2
I	F	6

- Desenhe a rede orientada a eventos que representa este projeto.
- Calcule as datas de início (CI e TI), de fim (CC e TC) e as folgas totais (FT) de cada atividade.
- Faça um quadro resumo de tempos e identifique o caminho crítico do projeto.

**Exemplo 7**

Considere um projeto com as atividades abaixo discriminadas:

<b>Atividade</b>	<b>Atividades Precedentes</b>	<b>Duração da Atividade</b>
A	-	3
B	-	4
C	A	6
D	B, C	2
E	B	4
F	B, C	3
G	A	7
H	D, G	3
I	E, F	5
J	H, I	2

- Desenhe a rede orientada a eventos que representa este projeto.
- Calcule as datas de início (CI e TI), de fim (CC e TC) e as folgas totais (FT) de cada atividade.
- Faça um quadro resumo de tempos e identifique o caminho crítico do projeto.

## Planejamento de Projetos

### Introdução

Um dos objetivos das redes é a otimização da duração total do projeto. Sendo o tempo de duração das atividades um fator crítico na gestão dos projetos, é conveniente utilizar outras ferramentas para planejar a gestão do tempo das atividades.

Normalmente, em um primeiro nível de detalhamento, elabora-se o planejamento da gestão do tempo de um projeto utilizando-se o gráfico de *Gantt*. Depois, em segundo nível de detalhamento, utilizando uma rede do tipo PERT/CPM.

### O Gráfico de Gantt

O gráfico de Gantt constitui a primeira tentativa de planejar o tempo de execução de um projeto. Atualmente designado genericamente como gráfico de barras, o gráfico de Gantt constitui uma representação temporal do projeto através de suas atividades.

No gráfico de Gantt as atividades são representadas através das linhas e as unidades de tempo através das colunas.

Admitindo-se que a atividade A dura 3 dias, B 4 dias, C 5 dias, D 3 dias e finalmente a atividade E 2 dias, representa-se o gráfico de Gantt correspondente da seguinte forma:

ID	Nome da tarefa	Início	Término	Duração	Out 2002							Nov 2002					
					22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	1	2	3
1	Atividade A	22/10/2002	24/10/2002	3c	█												
2	Atividade B	25/10/2002	30/10/2002	4c		█	█	█	█								
3	Atividade C	28/10/2002	1/11/2002	5c					█	█	█						
4	Atividade D	30/10/2002	1/11/2002	3c							█	█					
5	Atividade E	1/11/2002	4/11/2002	2c									█	█			

Na sua forma simples o gráfico de Gantt revela claramente a progressão das atividades do projeto ao longo do tempo.

Para mostrar como o trabalho está de fato progredindo, exibe-se uma linha no espaço de planejamento da atividade. No exemplo acima, se a atividade A estiver completada, a atividade B estiver 20% completa e as atividades C, D e E ainda não tiverem sido iniciadas, o gráfico de Gantt apresentar-se-á da seguinte forma:

ID	Nome da tarefa	Início	Término	Duração	Out 2002							Nov 2002					
					22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	1	2	3
1	Atividade A	22/10/2002	24/10/2002	3c	█												
2	Atividade B	25/10/2002	30/10/2002	4c		█	█	█	█								
3	Atividade C	28/10/2002	1/11/2002	5c					█	█	█						
4	Atividade D	30/10/2002	1/11/2002	3c							█	█					
5	Atividade E	1/11/2002	4/11/2002	2c									█	█			

A maior parte dos softwares aplicativos para gestão de projetos apresentam uma folha de carregamento de atividades que não é mais do que um gráfico de Gantt.

Apesar de sua utilidade, os gráficos de Gantt apresentam duas deficiências:

1. Não permitem representar adequadamente as inter-relações entre as atividades;
2. Não permitem representar adequadamente as atividades em termos de uma lógica sequencial com o tempo e os recursos necessários à sua execução.

A grande utilização do gráfico de Gantt para análise das atividades de um projeto, apesar de suas deficiências, decorre do fato de ser facilmente inteligível por pessoas não especialistas em gestão de projetos, servindo de meio de comunicação entre o gerente do projeto e a administração da empresa.

É muito fácil extrair um gráfico de Gantt de uma Rede ou vice-versa, desde que no gráfico de Gantt tenha se representado corretamente o tempo.

## **Análise de Redes**

### **Introdução**

Com já mencionado, uma Rede constitui uma proposta de implementação de atividades que compõem um projeto; mais exatamente, uma forma de implementação específica, alternativa a muitas outras formas de implementação para o projeto. Por esse motivo, após se definir a uma determinada Rede para implementar um Projeto, há que se analisá-la profundamente; desta análise resulta quase sempre a possibilidade de reduzir a duração do projeto ou o consumo de recursos.

Por definição, existe sempre uma forma melhor que a adotada para a implementação do projeto. A análise aberta e crítica da rede facilitará encontrá-la. Note-se, contudo, que estando identificadas as atividades críticas, a análise da rede tende a concentrar-se na análise das atividades críticas.

A análise crítica da Rede concentra-se em três pontos: primeiro, análise das atividades; segundo, redução do tempo por sobreposição de atividades; e terceiro, redução do tempo por aumento de risco do projeto.

### **Análise das Atividades**

A **Análise das Atividades** consiste na investigação sobre se saber a razão porque se implementa a atividade da forma prevista:

Na resposta a esta questão identificam-se formas alternativas de implementar as atividades do projeto. Em seguida, há que se investigar se a lógica de implementação pode ser modificada, sobrepondo ou tornando as atividades paralelas, como forma de reduzir o tempo total de duração do projeto. Por fim, há que se saber se os riscos inerentes ao projeto são aceitáveis, dado que as alterações tendem a aumentar os custos e os recursos necessários. O detalhamento da investigação acima pode ser realizado através da formulação de questões mais específicas quanto à:

- a. Finalidade das Atividades:
  1. O que é que se pretende fazer?
  2. Porque é que se pretende fazer?
  3. O que se poderia fazer além do planejado?
  4. O que é que se deve fazer?
- b. Local das Atividades:
  5. Onde é que se pretende fazer?
  6. Por que se pretende fazer neste local?
  7. Onde se poderia fazer?
  8. Onde é que se deveria fazer?
- c. Seqüência das Atividades:
  9. Quando é que se deveria fazer?
  10. Por que é que se pretende fazer neste momento?
  11. Quando é que se poderia fazer?
  12. Quando é que se deveria fazer?
- d. Pessoal Envolvido nas Atividades:
  13. Quem executa as tarefas?
  14. Por que a tarefa é executada por eles?
  15. Quem poderia fazer a tarefa?
  16. Quem deveria fazer a tarefa?
- e. Execução das Atividades:
  17. Como é que se executa a Atividade?
  18. Por que é que se executa assim?
  19. De que outra forma poderia se executar?
  20. Como é que deveria se executar?

Ao responder as questões acima você está analisando o projeto e, portanto, reformulando a Rede. Respondendo a estas questões de forma sistemática e aplicando as respostas às atividades críticas da Rede, identificam-se as alterações a serem efetuadas.

### **Redução do Tempo por Sobreposição de Atividades**

A **Redução do Tempo por Sobreposição de Atividades** consiste na investigação sobre se executar as atividades paralelamente ou por sobreposição.

Num projeto em que a seqüência das atividades corresponde à execução linear de umas imediatamente após as outras, pode-se muitas vezes sobrepor-se atividades assegurando-se a diminuição do período total de duração do projeto, desde que essas atividades sejam críticas.

Por exemplo, quando no gráfico de Gantt se tem:

ID	Nome da tarefa	Início	Término	Duração	Out 2002							Nov 2002					
					22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	1	2	3
1	Atividade A	22/10/2002	24/10/2002	3c	█												
2	Atividade B	25/10/2002	30/10/2002	4c		█	█	█	█								
3	Atividade C	28/10/2002	1/11/2002	5c					█	█	█						
4	Atividade D	30/10/2002	1/11/2002	3c							█	█					
5	Atividade E	01/11/2002	4/11/2002	2c									█	█			

Pode ser possível sobrepor as atividades acima de forma a reduzir-se o tempo de duração do projeto, desde que as atividades se encontrem no caminho crítico.

ID	Nome da tarefa	Início	Término	Duração	Out 2002							Nov 2002					
					22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	1	2	3
1	Atividade A	22/10/2002	24/10/2002	3c	█												
2	Atividade B	22/10/2002	28/10/2002	4c	█	█	█	█									
3	Atividade C	22/10/2002	29/10/2002	5c	█	█	█	█	█								
4	Atividade D	28/10/2002	30/10/2002	3c					█	█							
5	Atividade E	28/10/2002	29/10/2002	2c					█	█							

Reduz-se através da sobreposição das atividades 5 dias do projeto. É importante notar, entretanto, que a sobreposição das atividades depende da seqüência lógica de execução do projeto e da disponibilidade de recursos para as implementar simultaneamente. Quanto mais sobrepostas estiverem as atividades, mais difícil se torna a gestão devido ao aumento da interação existente entre elas.

## Redução e Tempo por Aumento de Risco do Projeto

A **Redução de Tempo por Aumento de Risco do Projeto** leva em consideração que muitas vezes um projeto possui atividades de controle como testes, experiências, validações etc. Estas atividades de controle ou verificação podem ser eliminadas ou reduzidas quando existe elevada pressão na gestão do tempo. Entretanto, esta redução corresponde, em geral, a um aumento do risco do projeto.

## Colapso das Atividades Críticas (*crashing*)

Na gestão do tempo, a preocupação central é a de diminuir o tempo gasto pelo projeto. É fácil verificar que a redução do tempo se faz atuando-se sobre as atividades críticas. Uma maneira de reduzir o tempo de duração dessas atividades de forma sistemática, consiste em fazer o colapso das atividades críticas. Essa técnica é conhecida por *crashing* e pode ser melhor apresentada através de um exemplo.

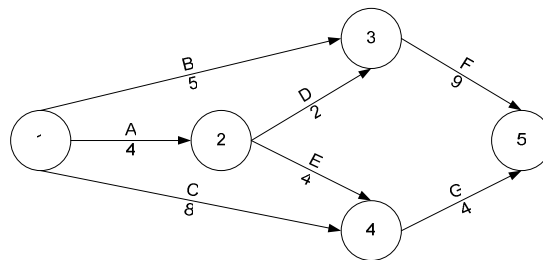


Considere um projeto com as seguintes características:

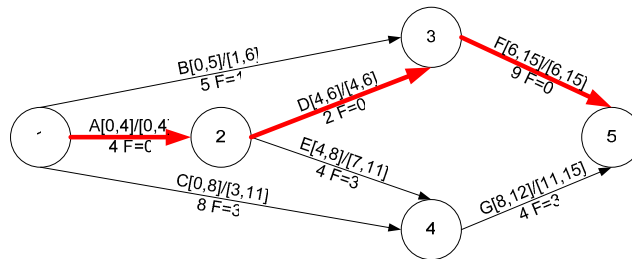
Atividade	Precedência	Duração Normal DN	Custo Normal CN	Duração Acelerada DA	Custo da Aceleração CA	Acréscimo no Custo (CA-CN)/(DN-DA)	Valor Máximo Redução (DN-DA)
A*	-	4	5	3	12	7	1
B	-	5	9	3	19	5	2
C	-	8	11	5	41	10	3
D*	A	2	20	2	20	-	0
E	A	4	8	3	18	10	1
F*	B, D	9	14	5	58	11	4
G	C, E	4	9	3	18	9	1
TOTAL			76				

Atividades críticas \*

1. Comece por construir a rede:



2. Em seguida determine o caminho crítico e as folgas:



Duração Normal:  $4+2+9=15$

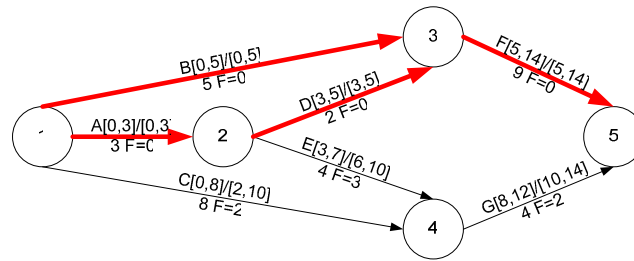
Custo Normal: \$76

Caminho Crítico Nós: 1-2-3-5

A duração do projeto é de 15 dias. O problema que se coloca é o de se saber qual a redução que se pode fazer, de forma a minimizar os custos.

A partir da coluna do valor máximo que se pode reduzir, conclui-se que pode-se diminuir as atividades críticas, exceto a atividade D (nós 2-3).

3. Considere a redução de 1 dia (unidade de tempo) na atividade A (nós 1-2), a qual fica estressada (ou no limite), não podendo ser mais reduzida. Em seguida, reconstrua a rede e recalcule o caminho crítico:



**Nota:** reduzimos a atividade A porque é a que tem menor acréscimo de custo entre as atividades críticas, como pode ser observado no tabela de atividades do projeto.

Aparecem dois caminhos críticos: 1-2-3-5 e 1-3-5

Duração:  $3+2+9 = 14$  dias

Custo: \$76 (valor inicial) + \$7 (aceleração de A) = \$83

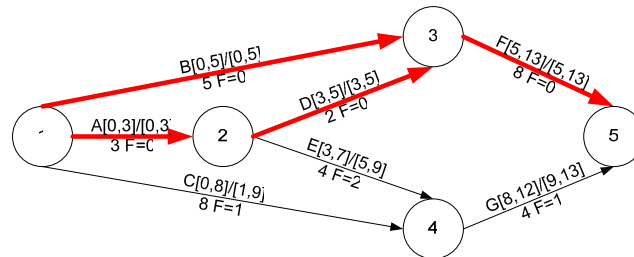
4. Das atividades críticas, resta ainda uma não estressada, a atividade F (nós 3-5). Reduz-se então esta atividade por ser a que tem menor acréscimo de custo entre as atividades críticas ainda não estressadas. Em seguida, reconstrua a rede e recalcule o caminho crítico.

**Nota:** como existem 2 caminhos críticos, deve-se diminuir o tempo de uma atividade crítica comum aos dois caminhos críticos, ou se reduzir duas atividades.

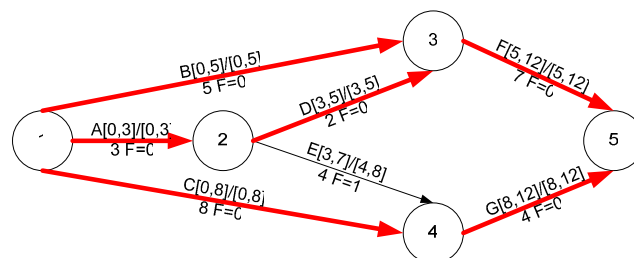
Nesta situação, como ilustra a rede a seguir apresentada, possui-se dois caminhos críticos entre os nós: 1-2-3-5 e 1-3-5.

A duração do projeto é reduzida para 13 dias.

O Custo é acrescido para: \$83 (custo anterior) + \$11 (custo de aceleração de F) = \$94



5. A atividade crítica F (nós 3-5) continua não-estressada, podemos, portanto, reduzi-la em mais um dia (unidade de tempo do projeto). O resultado é apresentado a seguir, na nova rede reconstruída:



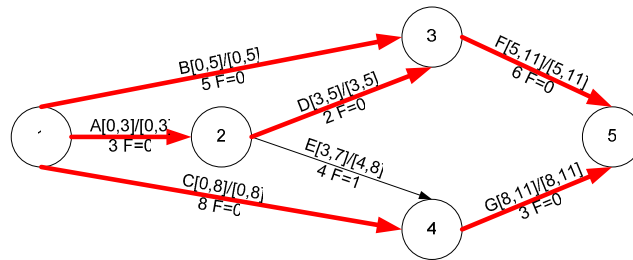
Aparecem agora três caminhos críticos: 1-3-5, 1-2-3-5 e 1-4-5.

A duração do projeto passa para 12 dias (unidades de tempo).

O custo do projeto sobe para \$94 (custo anterior) + \$11 (aceleração de F) = \$105

6. Já reduzimos dois dias (unidades de tempo) da atividade F (nós 3-5), porém é possível ainda reduzir mais duas. Entretanto, existindo agora três caminhos críticos já não podemos reduzir apenas a atividade F, pois nesse caso, dois dos caminhos críticos continuariam a ser críticos, mas um outro deixaria de ser. Temos, então, que reduzir simultaneamente duas atividades.

As atividades F (nós 3-5), C (nós 1-4) e G (nós 4-5) são elegíveis. A atividade F é comum a dois caminhos críticos. As atividades C e G são comuns a um único caminho crítico. Como a atividade G tem menor acréscimo de custo do que a atividade C, deve ser a escolhida. Reduzimos, portanto, um dia (unidade de tempo) em ambas as atividades F e G, simultaneamente e reconstruímos a rede.



**Nota:** a atividade G (nós 4-5) se estressou, isto é, não pode ser mais reduzida.

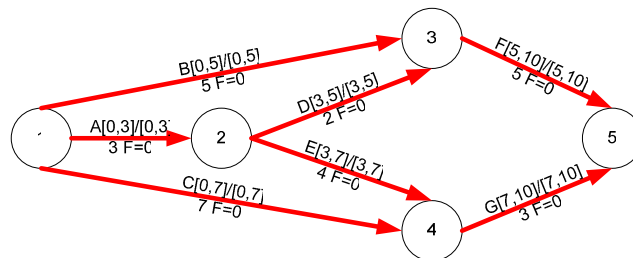
**Caminhos Críticos:** 1-2-3-5, 1-3-5 e 1-4-5

**Duração:** 11 dias (unidades de tempo)

**Custo:** \$105 (custo anterior) + \$11 (aceleração de F) + \$9 (aceleração de G) = \$125

7. Temos três caminhos críticos, portanto, temos que reduzir duas atividades. A atividade F (nós 3-5) e a atividade C (nós 1-4) são elegíveis, pois a atividade G se estressou (não pode ser mais acelerada e ter o seu tempo reduzido).

Reduzindo, portanto, C e F a nova rede é apresentada a seguir:



**Caminhos Críticos:** todos os caminhos são agora críticos: 1-2-3-5, 1-3-5, 1-2-4-5 e 1-4-5.

**Duração:** a duração do projeto é de 10 dias (unidades de tempo).

**Custo:** \$125 (custo anterior) + \$11 (aceleração de F) + \$10 (aceleração de C) = \$146

Não é possível continuar com o colapso das atividades, que passaram a estar todas **estressadas**.

## Redes PERT

### Introdução

Até agora temos falado em redes e gestão de projetos sem fazer distinção entre os algoritmos PERT e CPM. Porém, o PERT distingui-se do CPM por ser um método probabilístico.

Em geral, o tempo de duração esperado para uma atividade não é conhecido com certeza, mas apenas estimado em termos probabilísticos. Admitindo, que o tempo de duração de um projeto obedece a uma distribuição de probabilidade, podemos ter, por exemplo, a seguinte distribuição:

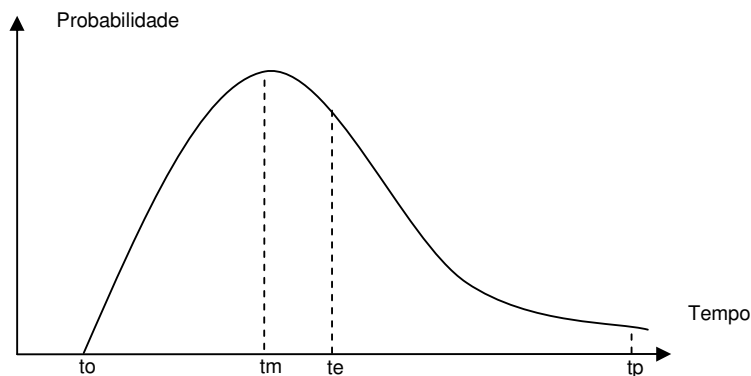


Gráfico da Distribuição Probabilística

Este gráfico representa a distribuição da probabilidade de ocorrerem todos os possíveis valores para o tempo de duração de uma determinada atividade. Onde:

- $t_o$  = tempo otimista de duração da atividade: é o tempo em que quase tudo dará certo.
- $t_m$  = tempo mais provável de duração da atividade: é o tempo em que há uma compensação aleatória entre o que dará certo e o que dará errado.
- $t_e$  = tempo esperado de duração da atividade: é o tempo em que há uma compensação esperada entre o que dará certo e o que dará errado.
- $t_p$  = tempo pessimista de duração da atividade: é o tempo em que quase tudo dará errado.

Para cada tempo de duração possível é associado um valor, por convenção entre zero (0) e um (1) inclusive, que expressa a probabilidade de sua ocorrência. Se o tempo de duração possui a probabilidade um (1), então ele certamente ocorrerá; por outro lado, se o tempo de duração possui a probabilidade zero (0), ele nunca ocorrerá. Qualquer valor entre 0 e 1 representa a possibilidade de ocorrência do tempo de duração de uma atividade. Quanto mais esse valor estiver próximo de um (1), com mais frequência o tempo de duração associado ocorrerá.

A distribuição de probabilidade normalmente utilizada pelo método PERT é caracterizada pela sua respectiva média e variância, a saber:

$$\text{A média: } T = \frac{to + 4tm + tp}{6}$$

Note que esta média calculada corresponde à uma média ponderada, onde os tempos otimista (*to*) e pessimista (*tp*) possuem peso 1 e o tempo mais provável (*tm*) possui peso 4.

A média do tempo total de duração do projeto (TTD) é a soma do tempo médio (T) das atividades que compõem o caminho crítico.

$$\text{O desvio padrão: } \sigma = \frac{tp - to}{6}$$

O desvio padrão do tempo do projeto, que mede a variação ou incerteza dos tempos estimados, é a soma dos desvios padrões dos tempos das atividades ao longo do caminho crítico. Admite-se, por simplificação, que os tempos das atividades sejam independentes, ou seja, um não influencia o outro.

O tempo otimista (*to*) e o tempo pessimista (*tp*) são, portanto, medidas de incerteza dos tempos do projeto. O tempo mais provável (*tm*) é uma medida de duração das atividades em condições normais.

Vejam um exemplo de aplicação do PERT através do projeto representado pelas atividades a seguir:

Atividade	Atividade Precedentes	Duração Otimista <i>to</i>	Duração Normal <i>tm</i>	Duração Pessimista <i>tp</i>	Média <i>T</i>	Desvio Padrão $\sigma$	Variância $\sigma^2$
A	-	2,00	3,00	4,00	3,00	0,33	0,11
B	-	4,00	5,00	6,00	5,00	0,33	0,11
C	A, B	1,00	1,50	5,00	2,00	0,67	0,44
D	C	2,00	3,50	20,00	6,00	3,00	9,00
E	C	4,00	5,00	6,00	5,00	0,33	0,11
F	E	2,00	3,00	4,00	3,00	0,33	0,11
G	C	2,00	3,00	10,00	4,00	1,33	1,78
H	D, F, G	2,00	2,25	7,00	3,00	0,83	0,69
I	D, F	3,00	4,00	5,00	4,00	0,33	0,11
J	H	0,50	1,00	7,50	2,00	1,17	1,36
K	I, J	1,00	2,00	3,00	2,00	0,33	0,11

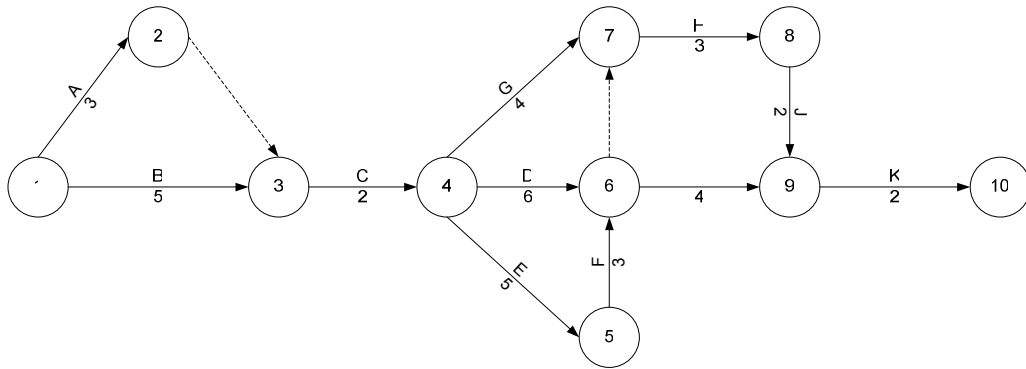


Diagrama da Rede Correspondente

Resolvendo a rede obtemos os seguintes resultados:

- Caminho Crítico: 1-3-4-5-6-7-8-9-10
- Duração do Projeto: 22 semanas
- $\sum$  da variância das atividades críticas = 4,00
- $\sum$  da média das atividades críticas = 22

Agregando as distribuições das atividades individuais, temos, de acordo com o Teorema do Limite Central, que a distribuição do tempo de duração do projeto é praticamente uma distribuição normal.

Consideração então que a distribuição do tempo de duração do projeto é uma **distribuição normal**, pode-se determinar probabilisticamente o tempo que se leva para finalizar o projeto.

Seja TTD – Tempo Total de Duração do projeto

$$TTD \sim (22, \sqrt{2,94})$$

Qual a probabilidade do projeto demorar menos de 25 semanas?

$$P(TTD < 25) = P\left(X < \frac{25 - 22}{\sqrt{2,94}}\right) = P(X < 1,75)$$

Consultando a tabela normal:  $P(X < 1,75) = 0,96$

Ou seja, a probabilidade do projeto demorar menos de 25 semanas é de aproximadamente 96%.

## Gestão de Recursos do Projeto

### Introdução

Após termos estudado a gestão do tempo de duração de projetos, é hora de passarmos para o estudo da gestão dos recursos utilizados pelo projeto. Existe indubitavelmente uma relação entre o tempo de duração das atividades do projeto e a utilização de recursos físicos para executá-las, que até agora não temos analisado por termos adotado um procedimento didático simplificado. Porém a esta altura já está na hora de passarmos para a análise dos recursos necessários à implementação do projeto.

### Conceitos Básicos para Planejamento de Recursos

#### Tipos de Recursos

Além do tempo, existem outras variáveis importantes na gestão de projetos, especialmente os recursos a serem utilizados. Estes recursos podem ser basicamente de dois tipos:

1. **Recursos Não Acumuláveis:** são os recursos cuja disponibilidade tem que ser renovada a cada momento. Este tipo de recurso se não for utilizado no período corrente, não se mantém disponível para ser utilizado no próximo período. Exemplos deste tipo de recurso: trabalho de pessoas e trabalho de máquinas ou equipamentos.
2. **Recursos Acumuláveis:** são recursos que se mantêm disponíveis se não forem utilizados. Este tipo de recurso pode ser recarregável por atividades específicas que os produzam. Exemplos deste tipo de recurso: financeiros, materiais, espaço físico etc.

#### Medida de Utilização de Recursos

Na definição da medida de utilização de recursos utiliza-se o conceito de *homem/hora* ou *máquina/hora*. Esta medida pode ser utilizada de duas formas:

- **Taxa constante:** neste caso, a duração das atividades se mantém constante e os recursos consumidos para executá-las variam em função de sua duração.
- **Total constante:** neste caso, os recursos disponíveis se mantêm constantes e a duração das atividades varia em função do consumo de recursos.

Convém ressaltar que, apesar da maioria dos softwares aplicativos para gestão de projetos (como o MS-Project) admitir uma relação linear entre a utilização dos recursos e a duração das atividades, na maior parte das tarefas, a relação não é linear. Logo, numa relação linear um trabalho que exija 100 homens/hora pode ser implementado por 100 homens em uma hora, ou por 1 homem em 100 horas, ou ainda por 10 homens em 10 horas. Porém, em condições reais não lineares, a produtividade certamente não é a mesma conforme a combinação de homens considerada.

#### Divisão ou *Splitting* de Recursos

A divisão ou *splitting* de recursos de uma atividade consiste em parar uma atividade em progresso, desviando os recursos para outra atividade. A divisão de recursos de uma atividade é um procedimento comum na gestão de recursos de projetos.

## Carregamento de Recursos

A alocação dos recursos às atividades é imediata, uma vez que geralmente as tarefas tendem a ser implementadas por pessoas com especialidades específicas e por máquinas ou equipamentos apropriados. Contudo, após a alocação é necessário carregar as atividades com a quantidade adequada dos recursos alocados. Por carregamento das atividades com recursos entende-se a alocação de trabalho a um determinado conjunto de pessoas, máquinas ou mesmo departamentos. Quando uma determinada fonte de recursos (pessoa, máquina ou departamento) estiver sendo carregada além da sua capacidade normal de trabalho, diz-se que a fonte está sobrecarregada. Por outro lado, a fonte estiver sendo carregada aquém de sua capacidade normal, diz-se que ela está subcarregada.

No processo de carregamento de uma fonte de recursos temos que, em primeiro lugar, calcular a sua **capacidade disponível**, analisando entre outros aspectos:

- A eficiência usual no trabalho;
- Taxa de absenteísmo ou avarias usuais;
- Alocação do mesmo recurso a outras tarefas;
- Trabalhos rotineiros em que o recurso tenha que ser utilizado independentemente do projeto em questão;
- Dias e horas úteis de trabalho (consideração de feriados e finais de semana);
- Restrições ao trabalho normal, tais como, espaço limitado, tempo de trabalho limitado etc.;
- Limitações à possibilidade de expansão da capacidade através de sub-contratação, trabalho em horas extras, etc.

Após o cálculo da capacidade disponível, determina-se o carregamento da atividade com os recursos. A alocação dos recursos normalmente é realizada com base em custos padronizados.

Uma importante questão que se coloca na gestão de recursos do projeto é a de se saber se é possível definir um algoritmo de otimização análogo ao utilizado no planejamento do tempo nas redes PERT/CPM. No contexto da gestão de recursos, tal algoritmo tem que assegurar alguns objetivos, tais como, minimizar os picos de utilização de recursos, assegurar níveis de utilização de recursos constantes, assegurar custo mínimo, etc. Estes diferentes objetivos estão, em geral, em conflito entre si, variando ainda ao longo do tempo. Por estas razões, considera-se que no contexto de recursos o único objetivo que se pode considerar na definição de um algoritmo é o de minimizar a duração do projeto sujeita às restrições de recursos.

Nos softwares aplicativos para gestão de projetos (como o MS-Project) existem algoritmos para atingir este objetivo. Contudo, na gestão de recursos existem outros objetivos além da duração do projeto que tornam a aplicação destes algoritmos limitada, de forma que a gestão de recursos continua a se basear em procedimentos heurísticos, como os que veremos a seguir.



## Procedimentos para Alocação de Recursos

Existem dois procedimentos básicos de alocação de recursos às atividades do projeto:

1. Alocação serial;
2. Alocação paralela.

Ambos alocam recursos escassos às diferentes atividades do projeto.

### Alocação Serial

Na alocação serial, todas as atividades do projeto são ordenadas de acordo com uma regra de prioridade antes de serem planejadas. As atividades são então planejadas em função das prioridades estabelecidas; por exemplo, o mais cedo possível em função da seqüência das atividades na rede e da disponibilidade de recursos. Muitas vezes as prioridades só são atribuídas depois da construção da rede, servindo apenas para atribuir as prioridades no carregamento de recursos. É comum o procedimento serial utilizar regras de ordenação que tomam automaticamente em consideração as restrições de precedências utilizadas na rede. As regras mais comuns consistem na utilização do CI – data mais cedo de início da atividade e do TI – data mais tarde de início da atividade, como critério de prioridade, utilizando as folgas na resolução das ligações que ocorram entre atividades. Por exemplo, retomemos o exemplo do projeto de automação de um processo administrativo, considerando agora o carregamento de recursos:

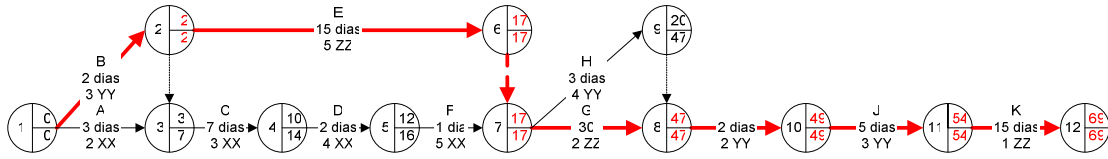
Número	Atividade	Duração	CI	TI	Folga	Crítico	Recurso (unidades)
1-3	A	3	0	4	4		2 XX
1-2	B	2	0	0	0	X	3 YY
3-4	C	7	3	7	4		3 XX
4-5	D	2	10	14	4		4 XX
2-6	E	15	2	2	0	X	5 ZZ
5-7	F	1	12	16	4		5 XX
7-8	G	30	17	17	0	X	2 ZZ
7-9	H	3	17	44	27		4 YY
8-10	I	2	47	47	0	X	3 YY
10-11	J	5	49	49	0	X	2 YY
11-12	K	15	54	54	0	X	1 ZZ

Os recursos são alocados na rede. Possuímos apenas 3 tipos de recursos: XX, YY e ZZ. Na alocação serial, com a regra do CI – tempo mais cedo de início da atividade, verificamos em primeiro lugar se a atividade pode ser carregada, na base de que todas as atividades precedentes têm que estar terminadas. Investiga-se se existem recursos disponíveis em número suficiente e, em caso afirmativo, carrega-se a atividade com o recurso.

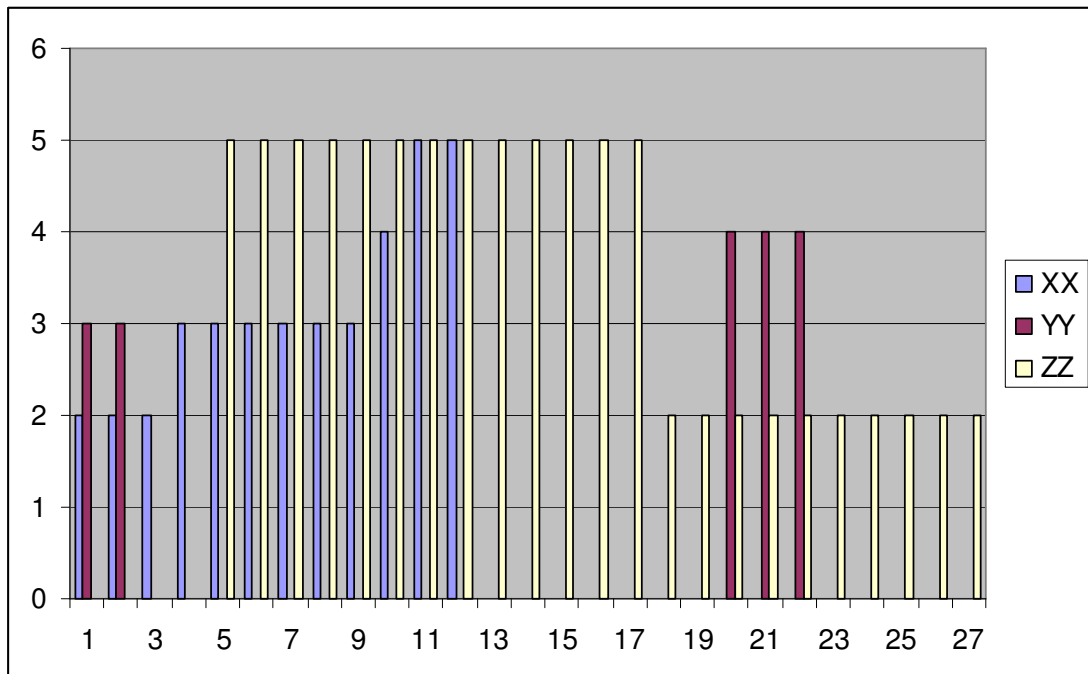
Se não existirem recursos disponíveis em número suficiente, procura-se um período futuro em que a disponibilidade de recursos permita implementar a atividade.

No exemplo que estamos estudando as disponibilidades de recursos são:

- N unidades de XX
- N unidades de YY
- N unidades de ZZ



Em seguida, representa-se graficamente o carregamento dos recursos pela regra do CI. No eixo X colocam-se os dias do projeto e no eixo Y as unidades de cada recurso necessárias em cada dia.



Considera-se agora a alocação serial com a regra do TI – data mais tarde de início da atividade e representa-se também graficamente o carregamento de recursos.

Observando os histogramas conclui-se que a representação se mantém ao passarmos de CI para TI, para as atividades críticas, e altera-se nas atividades não críticas, pois estas possuem folga não nula.

Após identificarmos a utilização acumulada de cada recurso, sobrepondo-se os gráficos de cada recurso obtém-se um gráfico da utilização cumulativa de recursos. A reta que dá a inclinação mínima do conjunto das duas curvas (CI e TI), dá a medida do nível mínimo constante de necessidade de recursos, nível esse denominado nível crítico de utilização de cada recurso.

## Alocação Paralela

Na alocação paralela, a lista das atividades é ordenada em grupos de atividades seqüenciais, que agregam apenas as atividades a serem planejadas numa determinada etapa. Em geral, sub-listas incluem as atividades que podem ser iniciadas simultaneamente, em virtude da atividade precedente estar completa. As atividades destas sub-listas são, então, planejadas em função da disponibilidade de recursos; as atividades não incluídas na sub-lista serão planejadas na etapa seguinte.

A ordenação das atividades na sub-lista faz-se por ordem de prioridade usando uma regra de ordenação constante em cada período de planejamento, a regra mais comum é o TI – data de início mais tarde da atividade, por ordem decrescente, utilizando as folgas na resolução de ligações que ocorram entre atividades, também por ordem decrescente.

Os resultados da alocação paralela podem ser idênticos ao da alocação serial, mas trata-se de uma outra filosofia de planejamento que reúne as atividades a considerar em um período particular, permitindo jogar com o conjunto de atividades paralelas da sub-lista, atrasando ou adiantando-as de forma mais imediata do que na alocação serial. Este procedimento é particularmente importante quando há divisão (*splitting*) de recursos de uma atividade, ou seja, desvio de recursos de uma atividade para outras atividades.

Considerando o projeto de automação de um sistema administrativo que estamos estudando para exemplificar os conceitos básicos, o quadro a seguir mostra as etapas a serem consideradas e as atividades em cada etapa.

Etapa	Atividades	Duração	Recursos Necessários	TI	Folga Total	Atividades Iniciais
1	A	3	2 XX	4	4	*
	B	2	3 YY	0	0	*
2	C	7	3 XX	7	4	*
	D	1	4 XX	14	4	
	E	15	5 ZZ	2	0	
	F	1	5 XX	16	4	
3	G	30	2 ZZ	17	0	*
	H	3	4 YY	44	27	
	I	2	3 YY	47	0	
4	J	5	2 YY	49	0	*
	K	15	1 ZZ	54	0	*

Tendo disponibilidade das quantidades de recursos anteriormente fixadas, o histograma de recursos é idêntico ao estabelecido para a alocação serial com a regra do TI.

## **Bibliografia**

- Bronson, Richard – Pesquisa Operacional, McGraw-Hill, São Paulo, 1985
- Barros, Carlos – Gestão de Projectos, Edições Silabo, Lisboa, 1994
- Wiest, Jerome e Levy, Ferdinand – A Management Guide to PERT/CPM, 1969
- Andrade, Eduardo Leopoldino – Introdução à Pesquisa Operacional – Métodos e Modelos para a Análise de Decisão, 2ª. Edição, Editora LTC, Rio de Janeiro, 1998